المستوى
٢

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

التعليم الموازي

فريق التأليف:

أ. نسرين دويكات "منسقاً"   أ. نادية جبر   أ. نشأت قاسم

أ.قيس شبانة

قررت وزارة التربية والتعليم في دولة فلسطين
تدريس هذا الكتاب في مدارسها بدءاً من العام الدراسي ٢٠٢٠ / ٢٠٢١م

الإشراف العام

رئيس لجنة المناهج	أ.د. مروان عورتاني
نائب رئيس لجنة المناهج	د. بصري صالح
رئيس مركز المناهج	أ. ثروت زيد

الدائرة الفنية

الإشراف الفني	أ. كمال فحماوي
التصميم	أ. شروق صعيدي

التحرير اللغوي أ. وفاء الجيوسي

الطبعة التجريبية
٢٠٢٠ م/ ١٤٤١ هـ

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
هاتف +970-2-2983280 | فاكس +970-2-2983250

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 - رام الله - فلسطين
pcdc.edu.ps | pcdc.mohe@gmail.com

تقديم

يتصف الإصلاح التربوي بأنه المدخل العقلاني العلمي النابع من ضرورات الحالة، المستند إلى واقعية النشأة، الأمر الذي انعكس على الرؤية الوطنية المطورة للنظام التعليمي الفلسطيني في محاكاة الخصوصية الفلسطينية والاحتياجات الاجتماعية، والعمل على إرساء قيم تعزز مفهوم المواطنة والمشاركة في بناء دولة القانون، من خلال عقد اجتماعي قائم على الحقوق والواجبات، يتفاعل المواطن معها، ويعي تراكيبها وأدواتها، ويسهم في صياغة برنامج إصلاح يحقق الآمال، ويلامس الأماني، ويرنو لتحقيق الغايات والأهداف.

ولما كانت المناهج أداة التربية في تطوير المشهد التربوي، بوصفها علماً له قواعده ومفاهيمه، فقد جاءت ضمن خطة متكاملة عالجت أركان العملية التعليمية التعلمية بجميع جوانبها، بما يسهم في تجاوز تحديات النوعية بكل اقتدار، والإعداد لجيل قادر على مواجهة متطلبات عصر المعرفة، دون التورط بإشكالية التشتت بين العولمة والبحث عن الأصالة والانتماء، والانتقال إلى المشاركة الفاعلة في عالم يكون العيش فيه أكثر إنسانية وعدالة، وينعم بالرفاهية في وطن نحمله ونعظمه.

ومن منطلق الحرص على تجاوز نمطية تلقّي المعرفة، وصولاً لما يجب أن يكون من إنتاجها، وباستحضار واعٍ لعديد المنطلقات التي تحكم رؤيتنا للطالب الذي نريد، وللبنية المعرفية والفكريّة المتوخّاة، جاء تطوير المناهج الفلسطينية وفق رؤية محكومة بإطار قوامه الوصول إلى مجتمع فلسطيني ممتلك للقيم، والعلم، والثقافة، والتكنولوجيا، وتلبية المتطلبات الكفيلة بجعل تحقيق هذه الرؤية حقيقة واقعة، وهو ما كان له ليكون لولا التناغم بين الأهداف والغايات والمنطلقات والمرجعيات، فقد تآلفت وتكاملت؛ ليكون النتاج تعبيراً عن توليفة تحقق المطلوب معرفياً وتربوياً وفكرياً.

ثمّة مرجعيات تؤطّر لهذا التطوير، بما يعزّز أخذ جزئية الكتب المقررّة من المنهاج دورها المأمول في التأسيس؛ لتوازن إبداعي خلّاق بين المطلوب معرفياً، وفكرياً، ووطنياً، وفي هذا الإطار جاءت المرجعيات التي تم الاستناد إليها، وفي طليعتها وثيقة الاستقلال والقانون الأساسي الفلسطيني، بالإضافة إلى وثيقة المنهاج الوطني الأول؛ لتوجّه الجهد، وتعكس ذاتها على مجمل المخرجات.

ومع إنجاز هذه المرحلة من الجهد، يغدو إزجاء الشكر للطواقم العاملة جميعها؛ من فرق التأليف والمراجعة، والتدقيق، والإشراف، والتصميم، وللجنة العليا أقل ما يمكن تقديمه، فقد تجاوزنا مرحلة الحديث عن التطوير، ونحن واثقون من تواصل هذه الحالة من العمل.

وزارة التربية والتعليم

مركز المناهج الفلسطينية

مـقـدمـة

يشكل التعليم عماد التطور وعصب الحياة في المجالات كافة، ورافداً مهماً في خطة التنمية الشاملة، بما يوفره من آفاق متنوعة في التحول الاجتماعي إلى عصر المعرفة والتقدم العلمي والتكنولوجي، ولما كان التعليم حق شرعته القوانين الوطنية والدولية على حد سواء فقد أولت وزارة التربية والتعليم إهتماماً خاصاً في الطلبة الذين لم يكملوا دراستهم الأساسية لأسباب متنوعة، وأعدت لهم البرامج والمشاريع التي تلبي حاجاتهم ضمن معايير ومؤشرات تضمن الجودة وتسهم في عملية التنمية والبناء.

جاءت مناهج التعليم الموازي لتلبي حاجات المجتمع الفلسطيني وتراعي خصائص المتعلمين وسماتهم النمائية، فقد اعتمدت منهج النشاط المرتبط بالسياقات الحياتية، والمعتمد على أداء الطلبة بشكل رئيس، ويسهم في امتلاكهم القدرات والكفايات الموجهة للمعارف والمهارات والاتجاهات وتوظيف التكنولوجيا بما يحقق التعلم العميق. واعتبار أن المعرفة واقعية المنشأ تعمق الوعي بالمفاهيم المختلفة وتسهم في الانطلاق نحو العالمية، خاصة أن طلبة التعليم الموازي منهم المتسرب من المدارس أو المتحرر من الأمية ضمن الفئة العمرية (١٣-٤٥) سنة.

جاء منهاج الرياضيات للتعليم الموازي في جزئين ليؤكد على تمكين الطلبة من المعارف والمهارات الأساسية في مجالات الرياضيات كافة، يتكون المنهاج من كتابين سنويين ضمن المستوى الاول والثاني حيث جاءت محتويات المستوى الاول ضمن ثمان وحدات دراسية هي على فصلين دراسيين الفصل الاول يتناول أربع وحدات هي:

الوحدة الاولى: المجموعات وبعض العمليات عليها، والوحدة الثانية الأعداد الصحيحة والعمليات عليها، فيما تناولت الوحدة الثالثة بعض الاشكال المستوية، والوحدة الرابعة تناولت مقاييس النوعة المركزية.

أما الفصل الثاني فكانت الوحدة الخامسة الاعداد النسبية والعمليات عليها والوحدة ، والوحدة السادسة تناولت المتغير وبعض المعادلات الخطية البسيطة فيما تناولت الوحدة السابعة حجوم بعض المجسمات والوحدة الثامنة تناولت مفهوم الاحتمال وبعض القوانين الخاصة به.

أما المستوى الثاني فجاء ضمن ست وحدات دراسية على فصلين دراسيين تناول الفصل الاول ثلاث وحدات هي:

الوحدة الاولى تناولت الاعداد الحقيقية والعمليات عليها، والوحدة الثانية الهندسة وتناولت المستوى الديكارتي والعلاقات بين الزوايا بالإضافة إلى نظرية فيتاغوروس، اما الوحدة الثالثة الجبر(١) فتناولت الفترات والعمليات عليها، أما الوحدة الرابعة فتناولت الإنحراف المعياري والتباين من مقاييس التشتت، أما الوحدة الخامسة الجبر(٢) تناولت العلاقات وكثيرات الحدود، والوحدة الأخيرة الاحتمالات وبعض قوانينها.

إيماناً منا أن لكل مجتهد نصيب وإدراك الكمال غير ممكن، والعمل غير منزه عن الخطأ فإننا نتطلع إلى ملاحظات ذوي العلاقة من تمحيص وتدقيق يثري المنهاج، وصولاً إلى كتاب مدرسي يحقق معايير الجودة ويؤسس لتعليم وتعلم نوعي.

فريق التأليف

المحتويات

١
الوحدة الأولى

الأعداد الحقيقية

1 المسجد الأقصى المبارك (كل المساحة المسورة)
2 المدرجات التي تقود إلى البابين الثلاثي والمزدوج (المغلقين) جنوب المسجد الأقصى
3 الجهة الشرقية من المسجد الأقصى المبارك

وكَم رَجُلٍ يُعَدُّ بِأَلْفِ رَجْلٍ، وَكَمْ أَلفٍ تَمُرُّ بِلا عِداد

يُتوقَّعُ منَ الدارسينَ بعد الانتهاءِ من دراسةِ هذهِ الوَحْدةِ، والتّفاعُلِ معَ أنشطتِها أن يكونوا قادرين على توظيفِ العمليّاتِ الحسابيّةِ وخصائصِها على الأعداد الحقيقيّةِ في الحياة، من خلال تحقيقِ الآتي:

١ التّعرُّفِ إلى مجموعة الأعداد النسبيّة، وغير النسبية.

٢ التّعرُّفِ إلى مجموعةِ الأعداد الحقيقيّة.

٣ إجراءِ العمليّاتِ الحسابيّةِ على الأعداد الحقيقيّة.

٤ التّعرُّفِ إلى خواصّ العمليّات الحسابيّة على الأعداد الحقيقيّة.

٥ توظيفِ العمليّاتِ على الأعدادِ الحقيقيّةِ في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

(١-١): الأعدادُ النّسبيّةُ والأَعدادُ غيرُ النّسبيّةِ

نشاط (١):

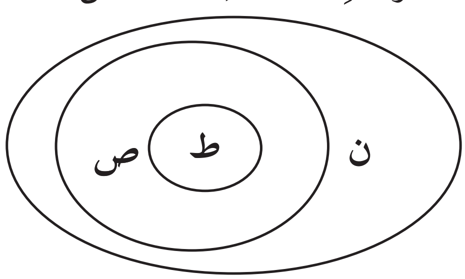
يَبلغُ طولُ الحَرَمِ الإبراهيميّ في مدينةِ الخليلِ ٦٠م، وعرضُه ٣٥م، وأَقْصى ارتفاعٍ لهُ ١٥م. صمّمَ أحدُ الأسرى في سجونِ الاحتلالِ الصّهيونيّ، نموذجاً للحَرمِ الإبراهيميّ، طولُهُ ١,٢م، وعرضُه ٠,٧م، وأقصى ارتفاعٍ ٠,٣م.

أتذكّر: الأعداد ٦٠، ٣٥، ١٥ تنتمي لمجموعة الأعدادِ الصّحيحةِ: ورمزُها (ص).

- فما المجموعةُ التي تنتمي لها الأعدادُ: ١,٢ ، ٠,٧ ، ٠,٣ ؟
- نِسْبةُ طولِ الحرمِ إلى الطّول في النّموذج = $\frac{٦٠}{١,٢} = \frac{\square}{١٢} = \frac{\square}{\square}$
- نِسْبةُ عَرْضِ الحرمِ إلى العَرْضِ في النّموذج = $\frac{٣٥}{٠,٧} = \frac{\square}{٧} = \frac{\square}{\square}$
- نِسْبةُ أقصى ارتفاعٍ في الحَرمِ إلى أقصى ارتفاعٍ في النّموذج = $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

أتذكّر: يُسمّى أيُّ عددٍ يُمكنُ كتابتُهُ بالصّورة: $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبيّاً، أ، ب ∈ ص، ب ≠ ٠، ويُرْمَزُ لمجموعةِ الأعدادِ النّسبيّةِ بالرّمزِ:**(ن)**.

يُمكنُ تمثيلُ العلاقةِ بينَ مجموعاتِ الأعدادِ: ط ، ص ، ن .كما في الشّكل:



نشاط (٢):

يُوضّحُ الجدولُ الآتي عددَ زائري المكتبةِ الوطنيّةِ في محافظة رام الله والبيره، في أحدِ الأسابيع:

اليوم	السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
العدد	٢٥٠	١٥٠	٣٠٠	١٠٠	٢٠٠	٤٠٠

أكملُ:

نِسبةُ عددِ الزّائرينَ في يومِ الإثنينِ إلى عددِ الزّائرينَ في يومِ الأحد = $\frac{٣٠٠}{١٥٠}$ = $\frac{٢}{١}$، وهَوَ عددٌ نسبيّ.

نسبةُ عددِ الزّائرين في يومِ الثّلاثاءِ إلى عددِ الزّائرينَ في يومِ السّبت = ... = ...وهو عددٌ.......

نِسبةُ عددِ الزائرينَ في يومِ الإثنينِ إلى عددِ الزائرينَ في يوم الثلاثاء = ... = ... وهُوَ ....

نشاط (٣):

أكتبُ ما يأتي على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث ب ≠ صفر ، أ ، ب ∋ ص:

أ) $\frac{٨٥}{٠,٤} = \frac{\boxed{٨٥٠}}{٤} =$

ب) $\frac{١٤٤}{١,٢} = \frac{\square}{١٢} =$

جـ) $\frac{\overline{٤٧}}{٢٠} = \frac{\square}{\square} =$

د) $\frac{١,٥}{٣} = \frac{\square}{\square} =$

نشاط (٤):

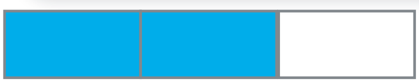
أ أُكْمِلُ ما يأتي:

- العدد ١,٥ يُكْتَبُ $\frac{\square}{\square}$ ، فهو عددٌ نسبيّ.
- العـدد $\sqrt{٢٥}$ = ٥، يُكْتَبُ $\frac{\square}{\square}$ فهو عددٌ نسبيّ.
- العـدد -٣,٤٤ يُـكتَـبُ $\frac{\square}{\square}$ ، فهو عددٌ ....
- العدد ٥ $\frac{١}{٤}$ يُكتَبُ $\frac{\square}{٤}$ فهو عددٌ ....

ب أُكْمِلُ الجدولَ الآتيَ، بِوضْعِ إشارة (✓) في المكان المناسب:

العدد	ط	ص	ن
١,٢٤			✓
$\sqrt{٦٤}$			
-٧٨,٠٤			
١٢ $\frac{١}{٥}$			
٦			

نشاط (٥):



من الشّكلِ المجاورِ أُكمِلُ ما يأتي:

نسبةُ عددِ الأجزاءِ باللونِ الأبيضِ إلى عددِ الأجزاءِ الملوّنة باللونِ الأزرقِ

= $\frac{١}{٢}$ = ٠,٥ وهو كسر عشري دوري (منتهي)

نسبةُ عددِ الأجزاءِ باللونِ الأبيضِ إلى عددِ جميعِ الأجزاءِ = $\frac{١}{٣}$ = ... وهو كسر عشري دوري غير منتهي.

نسبةُ عددِ الأجزاءِ المُظلّلةِ باللونِ الأزرقِ إلى عددِ جميعِ الأجزاء = ... = ...

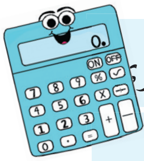
وهو كسر عشري دوري غير منتهي.

أفكّرُ: هلْ كُلُّ عددٍ عشريّ دوريّ هو عددٌ نسبيّ؟

نشاط (٦): باستخدام الآلة الحاسبة نلاحظ أن:

$\sqrt{٢}$ = ⟵ ١٫٤١٤٢١٣٥ *

أُكملُ الجدولَ الآتي:



العدد	مُنْتهٍ	دَوْريّ	غيرُ مُنْتهٍ وغيرُ دَوريّ
$\sqrt{٧}$			
$\frac{٢}{٥}$			
$\frac{١}{٩}$			
$\sqrt{٤}$			

نسبةُ محيطِ الدائرةِ إلى قُطرِها عددٌ عشريّ غيرُ دوريّ وغيرُ منتهٍ.

أناقش: العدد π عدد غير نسبي.

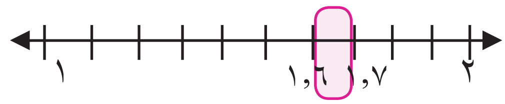
أُفكِّرُ: هل $\sqrt{٤}$ = $\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٢}$ ؟

تعريف: يُسمّى العددُ الذي لا يُمكنُ كتابتُهُ على الصورة $\frac{أ}{ب}$ ، أ، ب ∈ ص، ب ≠ صفراً عدداً غيرَ نسبيّ، ويُرمَزُ لمجموعةِ الأعدادِ غير النسبيّة بالرّمز (ن̄) .

* العدد غير المنتهي يوضع سهم إلى يمين الفاصلة العشرية.

نشاط (٧): أُكْملُ الفراغات في كُلّاً ممّا يأتي:

أ ← ١,٦١٨٠٣٣٩٨٨٧٤ عددٌ غيرُ نسبيّ، محصورٌ بين: ١,٦ و ١,٧



ب العدد ← ٢,١٢٢٣١٢٢٢٣١ عددٌ غيرُ نسبيّ محصورٌ بين: ٢,١ و ٢,٢.

جـ العدد ← ٥,٦٥١٢٣٤٨٩ عددٌ غيرُ نسبيّ محصورٌ بين: ٥,٦ ، و ٥,٧ . أَكْتُبُ عدداً آخرَ غيرَ نسبيّ محصوراً بين: ٥,٦ و ٥,٧ ....

د العدد ← ٣,٨٧١٢٥٠٨ عددٌ غيرُ نسبيّ محصورٌ بينَ: ٣,٨ و ٣,٩ أَكتُبُ عدداً آخرَ غيرَ نسبيّ محصوراً بينَ: ٣,٨ و ٣,٩ ....

أَتعلّمُ:* إذا كان أ عدداً صحيحاً موجباً، (أ) ليس مربعاً كاملاً، فإنّ: $\sqrt{أ}$ عددٌ غيرُ نسبيّ، وكذلك: إذا كان (أ) عدداً صحيحاً، (أ) ليس مكعباً كاملاً، فإنّ: $\sqrt[3]{أ}$ عددٌ غيرُ نسبيّ.

نشاط (٨):

أُكمِلُ: أيٌّ منَ الآتيةِ عددٌ غيرُ نسبيّ، موضّحاً السّببَ: $\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٠,٢٥}$ ، $\sqrt[3]{-٨}$ ، $\sqrt[3]{١٦}$.

$\sqrt{٧}$ عددٌ غيرُ نسبيّ؛ لأنّ ٧ ليست مربّعاً كاملاً.

$\sqrt{٠,٢٥}$ عددٌ نسبيّ؛ لأنّ ٠,٢٥ مربّعٌ للعدد ......

$\sqrt[3]{-٨}$ عددٌ نسبيّ؛ لأنّ -٨ مكعّبٌ للعدد ......

$\sqrt[3]{١٦}$ عددٌ ....

* تسمى مثل هذه الجذور، الجذور الصماء.

أتعلّمُ:

١- إذا كانت أ، ب أعداداً موجبةً فإنّ: $\sqrt{أ \times ب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$

٢- لأيّ عددين أ ، ب فإنّ $\sqrt[3]{أ \times ب} = \sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{ب}$

نشاط(٩):

أَكتبُ كُلّاً ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ، موضّحاً خطواتِ الحلّ:

أ $\sqrt{٩٩} = \sqrt{٩ \times ١١} = \sqrt{٩} \times \sqrt{١١} = ٣\sqrt{١١}$

ب $\sqrt{١٨} =$ ....

جـ $\sqrt[3]{١٦} = \sqrt[3]{٨} \times \sqrt[3]{٢} =$ .... $\times \sqrt[3]{٢} =$ ....

د $\sqrt[3]{٨١} =$ ....

تمارين ومسائل

١ أُبيّنُ أنّ الأعدادَ الآتيةَ أعدادٌ نسبيّةٌ:

٠,٦٤ ، ١,١٣ ، $\sqrt[٣]{١٢٥}$.

٢ أكتبُ عدداً نسبيّاً يقعُ بين العَددَيْن: ٠,٢٥ و $\frac{١}{٣}$

٣ أُكملُ الجدولَ الآتيَ، بِوَضْعِ إشارةِ (✓) إزاءَ المجموعةِ التي ينتمي إليها العدد:

العدد	٤	-٧	$١\frac{١}{٢}$	$٠,\overline{٢١}$	$\sqrt{٣}$	$\sqrt[٣]{-١٢٥}$
ط	✓					
ص	✓	✓				
ن	✓					
$\bar{ن}$						

٤ أيٌّ منَ الأعدادِ الآتيةِ عددٌ غيرُ نسبيّ، مع ذكر السبب:

٠,١٥١١٥١١١٥ ⟵ ، $\sqrt[٣]{\frac{١}{٢٧}}$ ، $\sqrt[٣]{٠,٩}$.

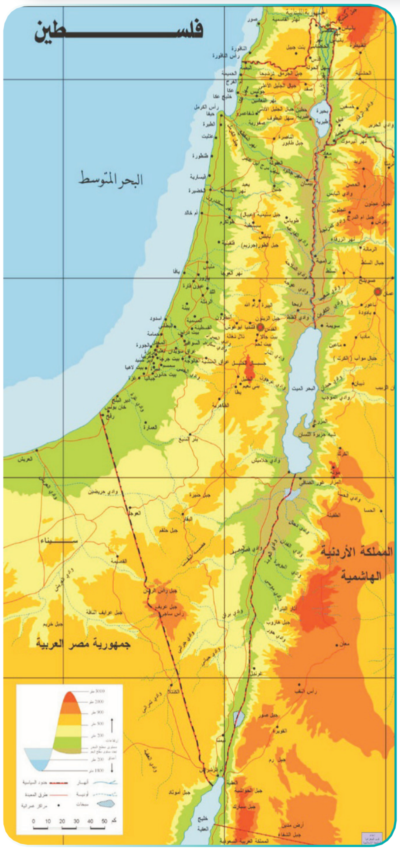
٥ أجدُ قيمةً تقريبيّةً مُناسِبةً لطولِ حَرْفِ خزّانِ ماءٍ مكعب، يتّسعُ لِـ ٦٣ م^{٣} .

٦ أكتبُ كلّاً ممّا يأتي بأبسطِ صورة.

$\sqrt{٢٠}$ ، $\sqrt{٤٤}$ ، $\sqrt[٣]{٥٤}$ ، $\sqrt[٣]{٣٠٠٠}$

(١-٢): الأعدادُ الحقيقيّةُ والعمليّاتُ عَلَيْها

نشاط (١):

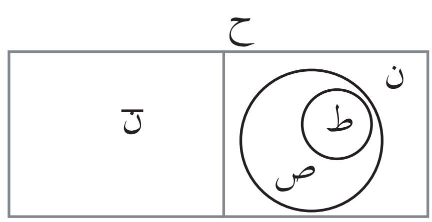


يتمُّ ترسيبُ الأملاحِ من البحرِ الميّتِ في بِركتَيْنِ قاعِدَتاهُما مربّعتا الشّكل، أطوالُ أضلاعِهما على التّرتيب: $\sqrt{٣٠٠}$ م، $\sqrt{٤٣٢}$م، أحسبُ مجموعَ طولَي ضِلعَي هاتين البِرْكتَيْن.

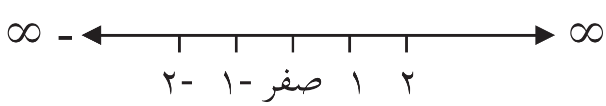
مجموع طولَي ضِلعَي البِرْكتَيْن = $\sqrt{٣٠٠}$ + $\sqrt{٤٣٢}$

= ______ $\sqrt{٣}$ + ______ $\sqrt{٣}$ = ٢٢ $\sqrt{٣}$ م

أتعلّمُ: مجموعةُ الأعدادِ الناتجةِ من اتّحادِ الأعداد النسبيّة (ن) معَ الأعدادِ غيرِ النّسبيّة ($\bar{ن}$) تُسمّى مجموعةَ الأعدادِ الحقيقيّة، ويُرمَزُ لها بالرّمز ح. يمكنُ تمثيلُ العلاقةِ بينَ مجموعاتِ الأعداد: **ط**، **ص**، **ن** ، **$\bar{ن}$**.كما في الشّكل.



ن ∪ $\bar{ن}$ = ح، وتُمثَّلُ الأعدادُ الحقيقيّةُ على خطّ الأعدادِ كما يأتي:



نشاط (٢):

أُكمِلُ الجدولَ الآتيَ بِوضعِ إشارة (✓) إزاءَ المجموعةِ التي ينتمي إليها العددُ:

العدد	ط	ص	ن	$\overline{\text{ن}}$	ح
٥١,٠٤					
$\sqrt{١٠٠}$					
- ٨,٤٧			✓		✓
π					
$\frac{١}{٣}$					
- ١١					
$\sqrt{٥}$					

نشاط (٣):

أكمل لإيجاد قيمةَ ناتج ما يأتي بأبسطِ صورة:

أ) $\sqrt{١٢} + \sqrt{٢٧} = \sqrt{٤ \times ٣} + \sqrt{٩ \times ٣} = ... + ... = ٥\sqrt{٣}$

ب) $\sqrt{٢٧} + \sqrt{١٢} = \sqrt{\quad \times \quad} + \sqrt{\quad \times \quad} = ... + ... = ...$ ماذا نلاحظُ؟

جـ) $\sqrt{١٢٥} - \sqrt{٤٥} = \sqrt{\quad \times \quad} - \sqrt{\quad \times \quad} = ... - ..... =$

د) $\sqrt{١٦} - \sqrt{٤٩} = ... - ..... =$

هـ) $\sqrt{٤٩} - \sqrt{١٦} = ... - ..... = ...$ ماذا تلاحظُ؟

أتعلّمُ: أ) إذا كانت أ، ب أعداداً حقيقيّةً فإنّ: (أ ± ب) عددٌ حقيقيٌّ، ونقولُ أنّ عمليتي الجَمْعِ والطّرحِ مغلقةٌ على الأعدادِ الحقيقيّة.

ب) عمليّةُ الجمعِ عمليّةٌ تبديليّةٌ على ح.

جـ) عمليّةُ الطّرحِ ليست تبديليّةً على ح.

نشاط (٤):

أُكمِلُ لإيجاد الناتجِ بأبسطِ صورة:

$(\sqrt{٢٨} + \sqrt{٦٣}) + \sqrt{٧} = (\sqrt{..\times..} + \sqrt{..\times..}) + \sqrt{٧} = ... + ... = ...$

$\sqrt{٢٨} + (\sqrt{٦٣} + \sqrt{٧}) = \sqrt{..\times..} + (\sqrt{..\times..} + \sqrt{٧}) = ... + ... = ...$

ماذا نلاحظُ؟

أتعلّمُ: عمليّةُ الجمعِ عمليّةٌ تجميعيّةٌ على ح.

أُفكّرُ وأُناقش: هل عملية الطرحُ تجميعيّةٌ على ح؟

نشاط (٥):

أضعُ عدداً مناسباً في...؛ لِتُصبحَ الجملُ الآتيةُ صحيحةً:

أ) ٠,١٧ + -٠,١٧ = صفر

ب) $\sqrt{٧} + ٠ = ...$

جـ) -١٢ + ١٢ = ...

د) $\sqrt[٣]{٢} + ٠ = ...$

أتعلّمُ: العددُ صفر محايدٌ بالنسبة إلى عمليّة جمعِ الأعدادِ الحقيقيّة.

أتعلّمُ: لكلِّ عددٍ أ $\in$ ح يوجد نظيرٌ جمعيّ هو - أ، بحيث أ + $^-$ أ = صفر
و $^-$ أ + أ = صفر

مثال(١): أُلاحظُ الجدولَ الآتيَ:

العدد	النظير الجمعيّ للعدد	العدد+ النظير الجمعيّ للعدد	النظير الجمعيّ للعدد + العدد
٣	-٣	٣+ -٣ = صفر	-٣ + ٣ = صفر
,١٢	- ,١٢	٠,١٢ + ٠,١٢$^-$ = صفر	٠,١٢$^-$ + ٠,١٢ = صفر
$\sqrt{٢}$	-$\sqrt{٢}$	$\sqrt{٢}$ + -$\sqrt{٢}$ = صفر	-$\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٢}$ = صفر
-$\frac{٥}{٧}$	$\frac{٥}{٧}$	-$\frac{٥}{٧}$ + $\frac{٥}{٧}$ = صفر	$\frac{٥}{٧}$ + -$\frac{٥}{٧}$ = صفر
٠,$\overline{٣}$	- ٠,$\overline{٣}$	٠,$\overline{٣}$ + - ٠,$\overline{٣}$ = صفر	- ٠,$\overline{٣}$ + ٠,$\overline{٣}$ = صفر

نشاط (٦):

أُكملُ بكتابةِ النّظيرِ الجمعيّ لكلٍّ ممّا يأتي :

العدد	$\sqrt{٢}$	$\sqrt[٣]{٨}$	$\frac{\sqrt[٣]{١}}{\sqrt{٤}}$	٠
النّظيرُ الجمعيّ				٠

نشاط (٧):

أُكمِلُ لإيجاد مِساحةِ قاعةِ أفراحٍ مستطيلةِ الشّكل، طولُها ($١٥ + \sqrt{٣}$) م، وعرضُها ($١٥ - \sqrt{٣}$) م.

- أولاً: المُعطيات: طولُ القاعةِ = __________، عرضُ القاعةِ = __________
- ثانياً: المطلوب: __________
- ثالثاً: الحلّ: مِساحةُ قاعةِ الأفراحِ = الطّول × العرض

$= (١٥ + \sqrt{٣}) \times (١٥ - \sqrt{٣})$

$= ١٥ \times ١٥ + ١٥ \times -\sqrt{٣} + \sqrt{٣} \times ١٥ + \sqrt{٣} \times -\sqrt{٣}$

$= ٢٢٥ - ١٥\sqrt{٣} + ١٥\sqrt{٣} - .....$

$= ......$ م^{٢}

أتعلّمُ: عمليّةُ الضّربِ مغلقةٌ على الأعدادِ الحقيقيّة.

نشاط(٨):

أُكمِلُ ما يأتي: $(\sqrt{٢} \times \sqrt{٣}) \times \sqrt{٦} = \sqrt{٦} \times \sqrt{٦} = ... = ٦$

$\sqrt{٢} \times (\sqrt{٣} \times \sqrt{٦}) = \sqrt{٢} \times ..... = \sqrt{٣٦} = ...$

ماذا نلاحظُ؟

أتعلّم: عمليّةُ الضّربِ عمليّةٌ تجميعيّةٌ على الأعدادِ الحقيقيّة.

نشاط (٩):

أُكمِلُ ما يأتي لإيجاد الناتج بأبسطِ صورة:

- $\sqrt{١٢} \div \sqrt{٢٧} = \frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٢٧}} = \frac{\sqrt{٣ \times ٤}}{\sqrt{٣ \times ٩}} = \frac{٢\sqrt{٣}}{\_\_\_\sqrt{٣}} = \frac{\_\_\_}{٣}$

- $\sqrt{٢٤} \div \sqrt{٦} = ...\ \div\ .... = ...$

- $\sqrt{٦} \div \sqrt{٢٤} = ...\ \div\ .... = ...$

ماذا نُلاحظُ ؟

- $(\sqrt{١٨} \div \sqrt{٥٠}) \div \sqrt{١٦} = (\sqrt{٢ \times ٩} \div \sqrt{٢ \times ٢٥}) \div \sqrt{١٦}$

$= (٣\sqrt{٢} \div ٥\sqrt{٢}) \div ٤ = ...\ \div\ .....\ \div\ ..... = ...$

- $\sqrt{١٨} \div (\sqrt{٥٠} \div \sqrt{١٦}) = \sqrt{٢ \times ٩} \div (\sqrt{٢ \times ٢٥} \div \sqrt{١٦})$

$= ٣\sqrt{٢} \div (٥\sqrt{٢} \div ٤) = ...\ \div\ .....\ \div\ ..... = ...$

ماذا نلاحظُ؟

أناقشُ: هَلْ عمليّةُ القِسمةِ عمليّةٌ تجميعيّةٌ على الأعدادِ الحقيقيّة؟

نشاط(١٠):

أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $\sqrt{٥} \times ١ = \sqrt{٥}$

ب) $١ \times \sqrt{٥} =$ ....

جـ) $\sqrt{١٣} \times ١ =$ ....

د) $١ \times \sqrt{١٣} =$ ....

أتعلّمُ: العددُ ١ محايدٌ بالنسبة لعمليّةِ ضربِ الأعدادِ الحقيقيّة.

نشاط (١١):

أُكملُ الجدولَ الآتيَ عِلماً بأنّ أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيّةٌ:

بعض خواصِ العمليّاتِ على الأعدادِ الحقيقيّة		
اسم الخاصيّة	بالرّموز	مثال
التبديل على الجمع (تبديليّة) (عملية الجمع تبديلية على ح)	أ+ب = ب+أ	
	(أ+ب)+جـ = أ+(ب+جـ)	(٣+١١)+ -٧ = ٣+(١١+ -٧)
الإغلاق على الضرب (مُغلَقة) (عملية الضرب مغلقة على ح)	أ، ب ∈ ح إذن أب ∈ح	
النّظيرُ الضربيّ (يوجد نظير ضربي لكل عدد في ح)		$\frac{١}{\sqrt{٤}} \times \sqrt{٤} = \sqrt{٤} \times \frac{١}{\sqrt{٤}} = ١$
العنصرُ المحايدُ للجمع (الصفر عنصر محايد بالنسبة لجمع الأعداد الحقيقية)	$\sqrt{ب} + ٠ = \sqrt{ب}$	

نشاط: (١٢):

أُكملُ حلَّ المعادلةِ الآتيةِ:

$\sqrt{\text{١٨}}$ س = $\sqrt{\text{٥٠}}$

$\sqrt{\text{٢} \times \text{٩}}$ س = $\sqrt{\text{٢٥} \times \text{٢}}$

___ $\sqrt{\text{٢}}$ س = ___ $\sqrt{\text{٢}}$ ومنها س = $\frac{\square}{\square}$

إذن: س = ...

تمارين ومسائل

١ أجدُ قيمةَ ما يأتي بأبسطِ صورةٍ:

(أ) $\sqrt{٣} - \sqrt{٤٨}$ (ب) $\sqrt{٥} + \sqrt{١٢٥}$ (جـ) $\sqrt{١٨} \times \sqrt{٣٢}$

(د) $\sqrt{\frac{٦٢٥}{٢٥}} \div \frac{\sqrt[٣]{١٢٥}}{١٢}$ (هـ) $(٣ + \sqrt{٧}) \times (٣ - \sqrt{٧})$

٢ أكتبُ مثالاً عدديّاً يُوضّح ما يأتي:

أ- عمليّةُ الجَمعِ ليستْ مغلقةً على مجموعةِ الأعدادِ غيرِ النّسبيّةِ.

ب- عمليّةُ الطّرحِ ليستْ تبديليّةً على مجموعةِ الأعدادِ غيرِ النّسبيّةِ.

جـ- عمليّةُ الضرب ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبية.

٣ أكتبُ اسمَ الخاصيّةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $٥ ، \pi \in ح$ إذن: $٥\pi \in ح$

ب) $\sqrt{٣} \times ١ = ١ \times \sqrt{٣} = \sqrt{٣}$

جـ) $-\sqrt{٧} + ٠ = ٠ + -\sqrt{٧} = -\sqrt{٧}$

٤ أحلُّ المعادلةَ الآتيةَ:

$$\sqrt{٦}\,س + \sqrt{٦} = \sqrt{٢٤}$$

٥ أحسبُ مِساحةَ مستطيلٍ أبعادُهُ : $(\sqrt{٥٠} - \sqrt{٢})$ م ، $(\sqrt{٢} + \sqrt{٨})$ م.

٦ حديقةٌ مربّعةُ الشّكلِ طولُ ضلعِها $١٥\sqrt{٣}$ م، أحسبُ طولَ السّياجِ المحيطِ بهذه الحديقةِ.

٧ هل عمليّةُ الضّربِ مغلقةٌ على الأعدادِ غيرِ النّسبيّة؟

تمارينُ عامّةٌ

١ أضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ فيما يأتي:

١ أيُّ الأعدادِ الآتيةِ عددٌ غيرُ نسبيّ؟

أ) $\sqrt[٣]{٨}$ ب) $١,\overline{٨٢}$ جـ) $\sqrt{٧}$ د) ٥,٣٢٢٦٥٧

٢ أيُّ الأعدادِ الآتيةِ عددٌ نسبيٌّ؟

أ) $\sqrt{١٦٩}$ ب) $\sqrt[٣]{٠,٢٥}$ جـ) π د) $\sqrt{١٨}$

٣ ما قيمةُ: $٣\sqrt{١٢} - \sqrt{٢٧}$ ؟

أ) $-٣\sqrt{١٥}$ ب) $٣\sqrt{١٥}$ جـ) $٣\sqrt{٣}$ د) $-٣\sqrt{٣}$

٤ أيٌّ منَ الآتيةِ صائبة:

أ) $\frac{١}{٣} < \sqrt[٣]{\frac{٨}{٢٧}}$ ب) $\frac{١}{٢٧} > \sqrt[٣]{\frac{١}{٢٧}}$

جـ) $\frac{١}{٣} < -\sqrt{\frac{١}{٤}}$ د) $\frac{١}{٣} < \sqrt[٣]{\frac{١}{٢٧}}$

٥ ما العددُ الحقيقيُّ الذي يقعُ بين العددين: ١١، ١٢ ؟

أ) $١+\sqrt{٩٩}$ ب) $١+\sqrt{١٢١}$ جـ) $\sqrt{١٣٢}$ د) $\sqrt{١٦٩}$

٢ أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورة:

أ) $\sqrt{٣} \times \sqrt{٦}$ ب) $\sqrt{٥٢} - \sqrt{١٣}$ جـ) $\sqrt{\frac{٥٥}{٤٤}} + \sqrt{\frac{١}{٤}}$

د) $\sqrt[٣]{\frac{-١٢٥}{٦٤}}$ هـ) $\sqrt{١٢٨} \div \sqrt{١٨}$ و) $(\sqrt{٥} + ٣) \times (٣ - \sqrt{٥})$

٣ أجدُ الناتجَ:

أ) $٢\sqrt{٣} + \sqrt{٧٥} + \sqrt{٤٨}$ ب) $٢\sqrt{٥}\ (\sqrt{١٢٥} + ٢\sqrt{٥})$

٤ أحلُّ المعادلةَ الآتيةَ:

$$\sqrt{٤٥}\ س - \sqrt{٢٠} = \sqrt{٥}$$

٥ مُثلّثٌ طولُ قاعدتِهِ $\sqrt{١٢٥}$ سم، وارتفاعُه $٢\sqrt{٥}$ سم، أحسبُ مِساحتَهُ.

٦ قطعةُ أرضٍ على شكلِ مستطيلٍ، أبعادُها: $\sqrt{٨٠}$ م ، $١٧,٥\sqrt{٥٠٠}$ م، أحسبُ:

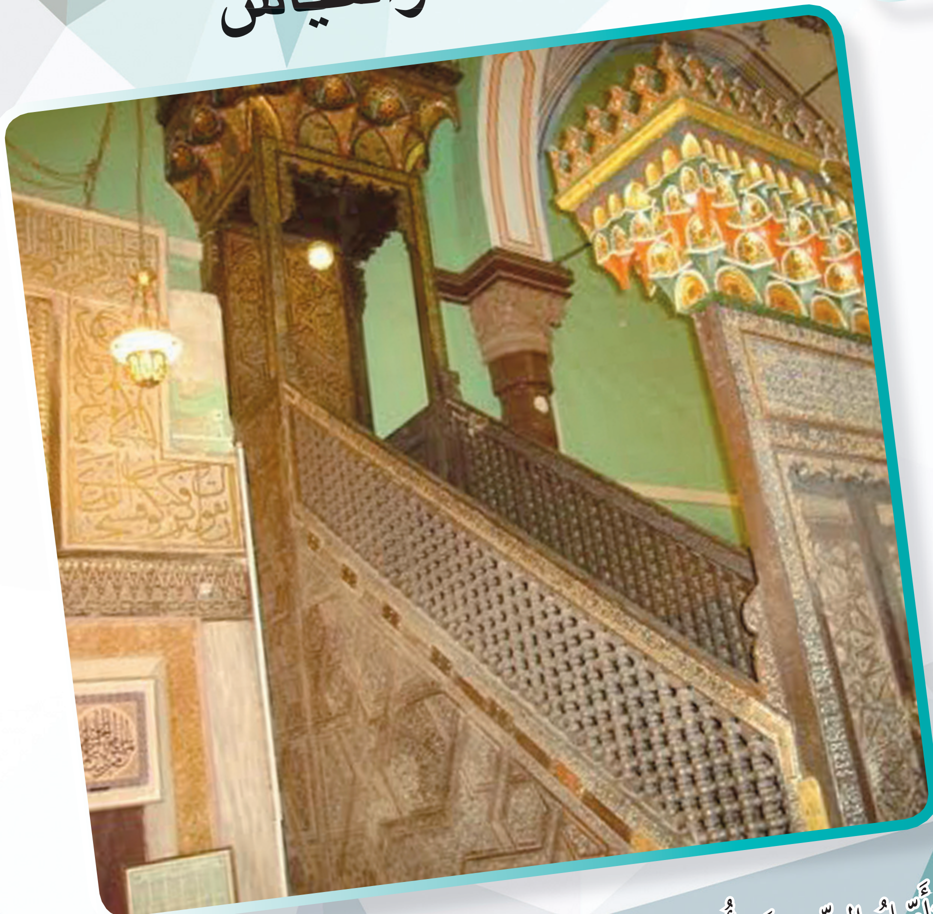
أ) مِساحتَها.

ب) أرادَ مالكُ الأرضِ أنْ يُحيطَها بسياجٍ، تَكلفةُ المترِ منه ٤,٥ دينار، ما تكلفةُ السّياج؟

٢

الوحدة الثانية

الهندسة والقياس



أتأَمّلُ الصّورةَ وأُناقشُ: امْتازَ مِنبرُ صلاحِ الدّينِ الأيّوبيّ في المسجدِ الأقصى بِدِقّةِ الحِرفيّةِ والهندسة

يُتوقَّعُ مِنَ الدّارسينَ بعد الانتهاء من دراسةِ هذه الوَحْدةِ، والتّفاعُلِ مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيفِ مفاهيمَ ومهاراتٍ هندسِيّةٍ في الحياة، من خلال تحقيقِ الآتي:

١ التّعرّفِ إلى المستوى الديكارتي وعناصرِه:(الأرباع الأربعة، المحاور، نقطة الأصل).

٢ التّعرّفِ إلى الزّوايا الناتجة من تقاطُع مستقيمين: «الزاويتان المتكاملتان والمتقابلتان بالرأس».

٣ التّعرّفِ إلى أزواج الزّوايا الناتجة من تقاطُع مستقيم معَ مستقيمين متوازيين:

«الزاويتان المتبادلتان، المتناظرتان، المتحالفتان» وخصائصها.

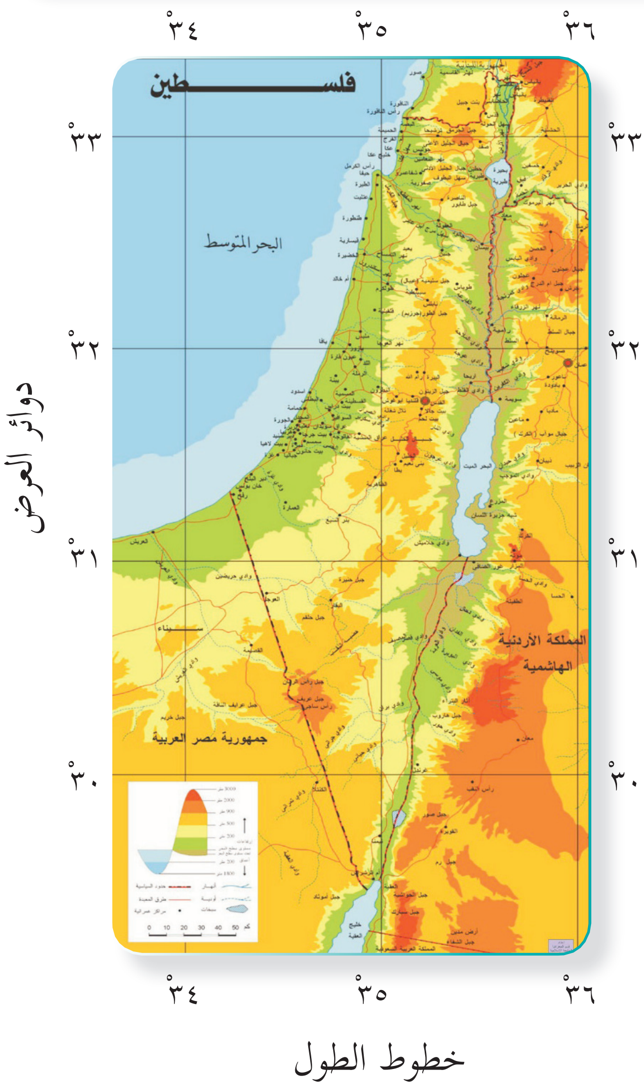
٤ التّعرّفِ إلى نظريّة فيثاغورس وتطبيقاتها.

٥ توظيف التطبيقات الهندسيّة في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

(٢-١) المستوى الدّيكارتي

نشاط (١):

يقطعُ خطُّ الطّول (٣٥) فِلَسطينَ من الشّمالِ إلى الجنوبِ، ويقطعُ أُفقيّاً أربعَ دوائرِ عرض، حدّدْ مواقعَ نقاطِ التّقاطع الأربع على الخريطة، وأَكملِ الجدولَ الذي يليها، مبيّناً إنْ كانتْ نقطةُ التّقاطعِ تقعُ على اليابسة، أم على البحر:

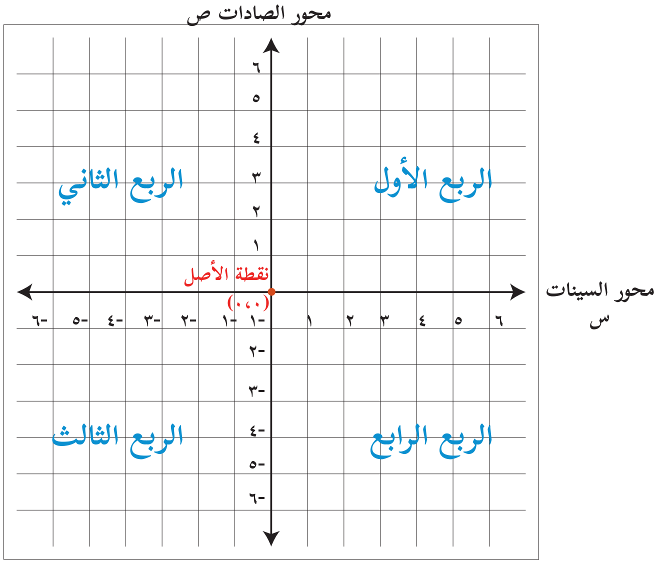


دائرة العرض	خطّ الطول	موقع التّقاطع (اليابسة/البحر)
°٣٠	°٣٥	اليابسة
°٣١	°٣٥	
°٣٢	°٣٥	
°٣٣	°٣٥	

تعريف:

المستوى الدّيكارتي ينشأُ من تقاطعِ خطّي أعدادٍ متعامدَين، ويُسمّى المستقيمُ الأفقيّ محورَ السّينات؛ بينما يُسمّى المستقيمُ الرأسيُّ محورَ الصّادات، وتُسمّى نقطةُ تقاطعِ الخطين نقطةَ الأصلِ وإحداثيّاتِها (٠،٠)

ألاحظُ ما يأتي:

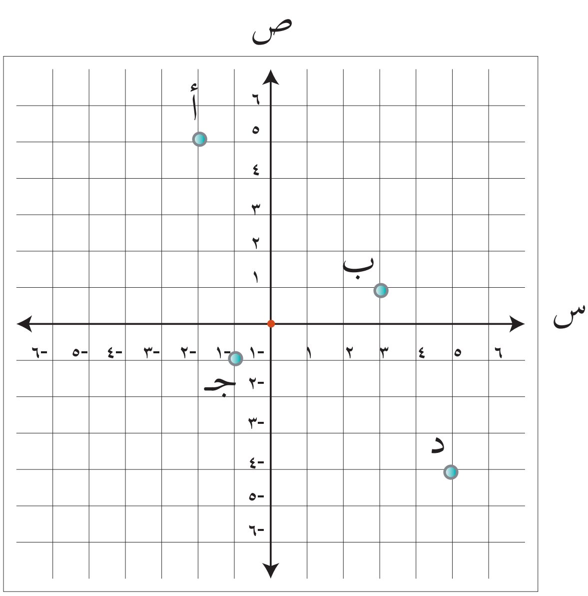


- المحوران يقسمان المستوى الديكارتي إلى أربعةِ أرباع، مسمّاة كما في الشكل المجاور.
- نقطة الأصل (٠،٠) تنشأُ من تقاطعُ مِحورَي السّينات والصّادات عند الإحداثي صفر لكلٍّ منها.
- يُعبَّرُ عن أيّة نقطةٍ في المستوى الدّيكارتي بالزّوج المرتّب (س، ص)، وتُسمّى (س) الإحداثي السّيني للنقطة، وتُسمّى (ص) الإحداثي الصّادي لها.

نشاط (٢):

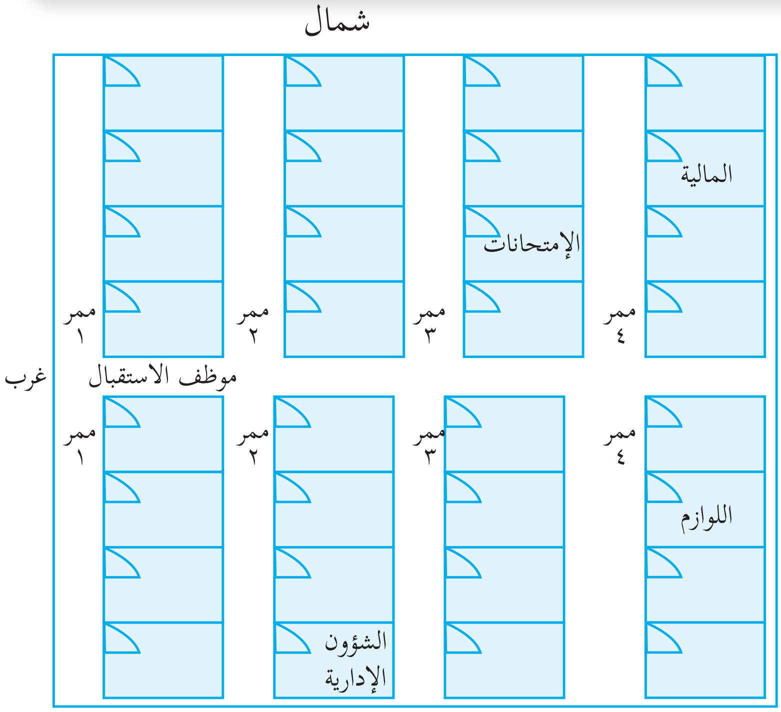
أتأمّل النّقاط: أ، ب، جـ، د المُمثّلة في المستوى الديكارتي الآتي، ثمّ أُكملُ الجدول:

النقطة	الإحداثي السّيني	الإحداثي الصّادي	إحداثيات النقطة
أ	-٢	٥	(-٢،٥)
ب	٣	١	(، ١)
جـ		-١	(،)
د			(،)



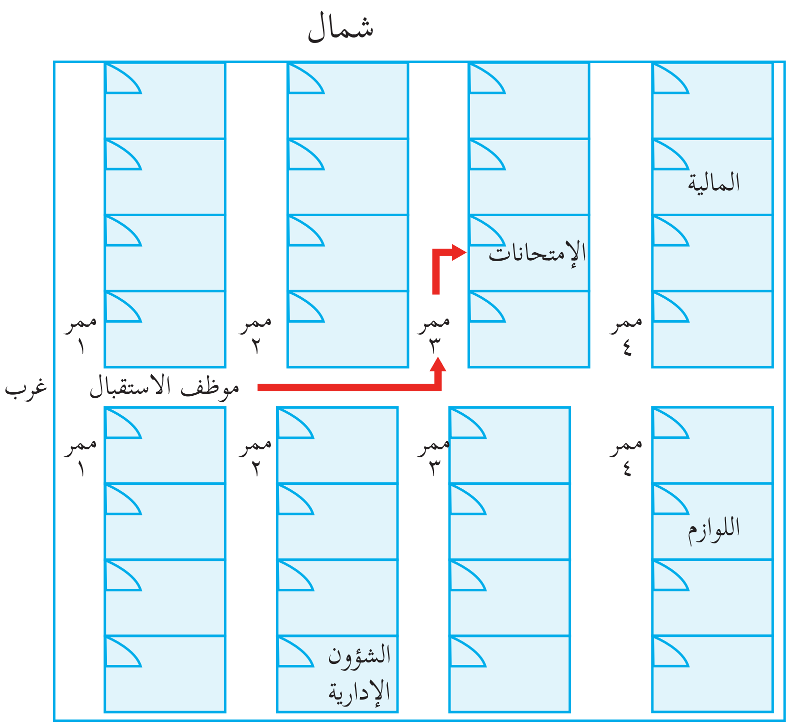
نشاط (٣):

يُمثّلُ الشّكلُ الآتي مخطّطَ طابقٍ من مبنى مديريّة التربية والتعليم، يتكوّن الطّابق من عِدّة أقسامٍ: وممرّ رئيسٍ واحدٍ، متفرّع منه ممرّاتٌ أربعة فرعيّة. أُكملُ لإرشاد أربعةِ مراجعين دخلوا من الباب الرئيس، بجانب مكتب موظّف الاستقبال للوصول للمكتب المطلوب، من خلال الاتّجاهات على الرّسم:



قسم الامتحانات: اتّجهْ شرقاً للممرّ رقم ٣، ثمّ اتّجهْ شمالاً للغرفةِ الثّانية، (لاحظ مسارَ الحركة في الشكل المجاور).

أُكملُ الجدولَ الآتيَ، وأرسمُ المسارَ على المخطّط.

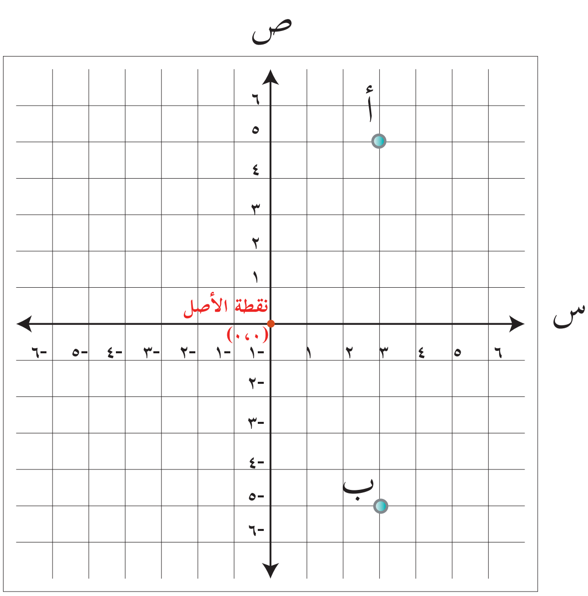


القسم	الإرشاد للوصول إليه
المالية	اتجه شرقاً للممرّ رقم -----، ثم اتّجهْ شمالاً للغرفة الثّالثة
الشؤون الإدارية	اتجه شرقاً للممرّ رقم ٢، ثم اتّجهْ جنوباً للغرفة -----
اللوازم	اتجه شرقاً (أفقياً) للممرّ رقم -----، ثم اتّجهْ جنوباً للغرفة -----

نشاط (٤):

أ) أُمثّلُ النّقاط أ(٣، ٥)، ب(٣، -٥)، جـ (-١، -٥) على المستوى الديكارتي:

- أ (٣، ٥) أتحرّكُ من نقطةِ الأصلِ إلى اليمين ٣ وَحدات، ثمّ ٥ وَحدات إلى الأعلى.
- ب(٣،-٥) أتحرّك من نقطة الأصل إلى اليمين ٣ وَحدات ثمّ --- وَحدات إلى الأسفل.
- جـ(-١، ٥) أتحرّك من نقطة الأصل إلى اليسار --- وحدة، ثمّ --- وحدات إلى الأعلى.
- أعيّنُ النّقطةَ جـ على المستوى الديكارتي.

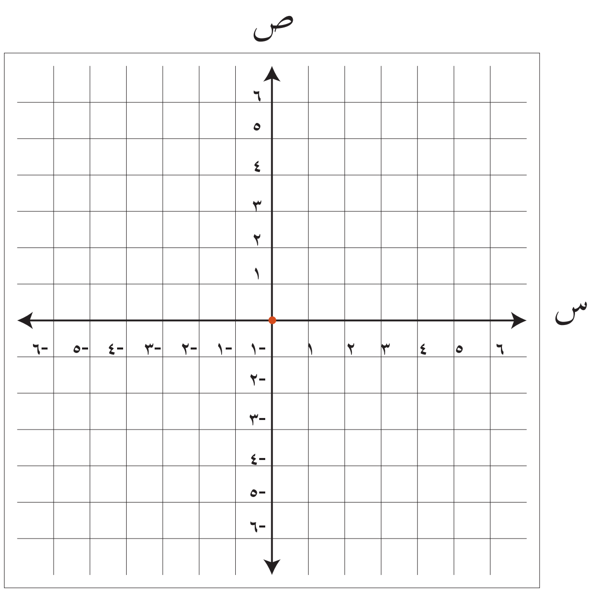


ب) أُعيّنُ النقطةَ د(-١، ---) على المستوى نفسه؛ لإكمال رؤوس المستطيل أب جـ د.

نشاط (٥):

أُمثّلُ النّقاطَ الآتيةَ على المستوى الديكارتي، وأُكملُ الجدول المرافق:

النقطة	الربع	إشارة الإحداثي السّينيّ في هذا الرّبع	إشارة الإحداثي الصاديّ في هذا الرّبع
أ (١، ٤)	الأول	موجب	موجب
ب(-٢، ٥)		سالب	----
جـ(-٢،-٣)		----	----
د(٢، -٥)		----	سالب



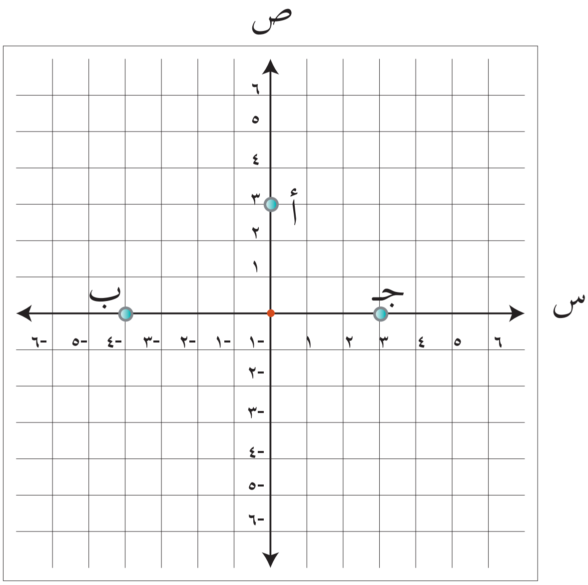
نشاط (٦):

أتأمّلُ النّقاطَ أ، ب، جـ الممثّلة في المستوى الدّيكارتي:

هل تقعُ هذه النّقاط في أحدِ أرباعِ المستوى الدّيكارتي؟ ----------

أُكملُ الجدولَ:

النقطة	الإحداثي السّيني	الإحداثي الصّادي	إحداثيات النقطة
أ	٠	٣	(---،---)
ب	-٤		(---،---)
جـ			(---،---)



- أستنتج ماياْتي وأكمل:

- أيّ نقطةٍ تقعُ على المحور الصّادي يكون الإحداثي السّيني لها ________.

- أيّ نقطةٍ تقعُ على المحور السّيني يكون الإحداثي الصّادي لها ________.

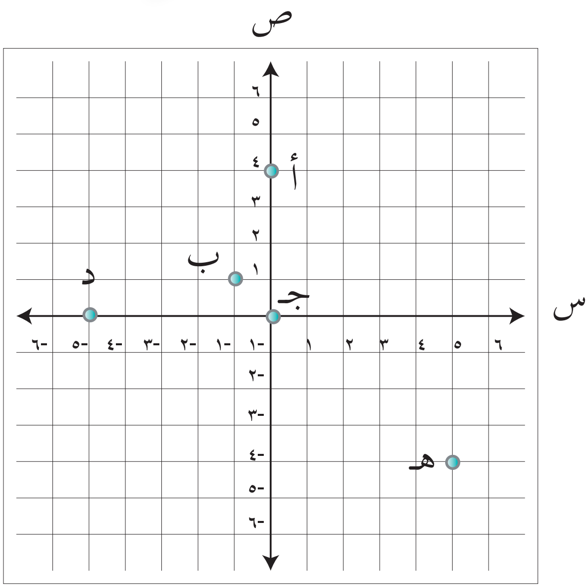
- أُعيّنُ النّقاطَ الآتيةَ على المستوى الدّيكارتي: د(٠، -٣)، هـ(-٢,٥، ٠).

أتعلّم: إذا كان الإحداثي السّيني أو الصّادي لنقطةٍ معيّنة صفراً، فإنّ هذه النّقطة تقعُ على أحدِ المِحورَين أو كليهما.

تمارين ومسائل

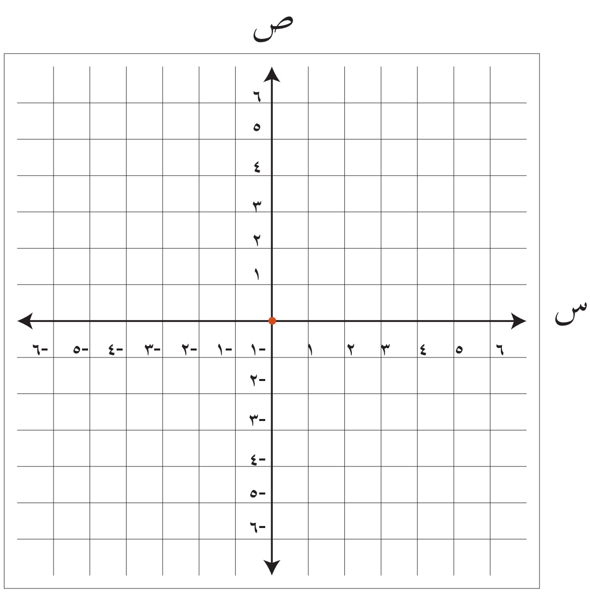
١ أكتبُ الأزواجَ المرتّبةَ التي تُمثّلُ النّقاط:

أ، ب، جـ، د، هـ.



٢ أُمثّلُ النّقاطَ الآتيةَ في المستوى الديكارتي:

أ) (١، ٢)   ب) (-١، ٥)   جـ) (٠، -٢)   د) (-١، -٣)   هـ) (٥، ٠)

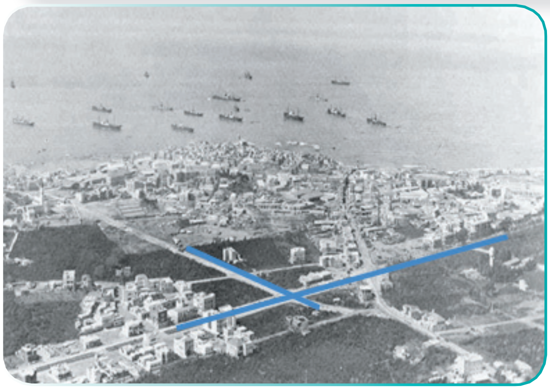


٣ في المربّعِ أ ب جـ د، إذا كانت إحداثيّات الرؤوس: أ (٣،٢)، ب(-٤،٣)، جـ (-٤،-٣)
أُعيّنُ النّقطةَ د، ثمّ أكتبُ إحداثيّاتِها.

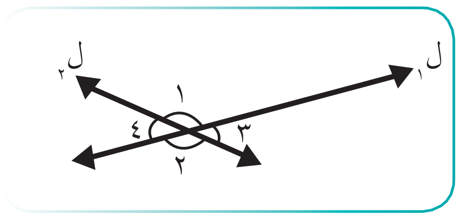
(٢-٢): الزّاويتان المُتكاملتان والمتقابلتان بالرّأس

الزّاويتان المتكاملتان:

نشاط (١):



يُمثّل الشّكل (١) رسماً توضيحيّاً لتقاطُع الطُّرق في مدينة يافا في الصّورة، المستقيمان ل١، ل٢ في الشكل يتقاطعان في النقطة م، وينتجُ عن تقاطعهما أربع زوايا، هي: < ١، < ٢، < ٣، < ٤.



الشكل(١)

أتأمّل الشكل (١)، وأُكملُ ما يأتي:

- < ١ و < ٤ تقعان على جانبٍ واحدٍ من المستقيم ل١ ، وتشكّلان معاً زاويةً مستقيمةً.
- < ٢ و <---- تشكّلان معاً زاويةً مستقيمةً على الجانب الآخر للمستقيم ل١.

أتذكّر: قياس الزّاوية المستقيمة = ١٨٠°.

أتعلّم:* الزاويتان المتكاملتان هما كلُّ زاويتين مجموعُ قياسِهما ١٨٠°.

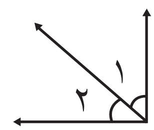
- الزّوايا المتكاملة على جانبَي المستقيم ل١ هي: الزّاويتان: < ١ و< ٤، والزّاويتان < ٢ و---.
- الزّوايا المتكاملة على جانبَي المستقيم ل٢ هي: الزّاويتان: < ١ و< ٣، والزّاويتان < ٢ و---.

* الرمز < يمثل الزاوية.   * الرمز ∡ يمثل قياس الزاوية.

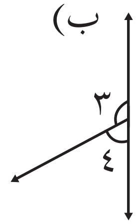
نشاط (٢):

أيٌّ منَ الأشكال الآتية تُمثّلُ زاويتين متكاملتين؟ مع ذكر السبب.

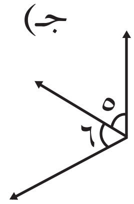
أ)



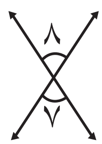
ب)



جـ)



د)



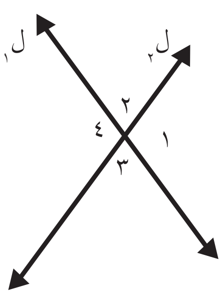
ليستا متكاملتين

الزّاويتان المتقابلتان بالرأس:

نشاط (٣):

في الشكل المجاور ل $_{١}$، ل $_{٢}$ مستقيمان متقاطعان في النقطة «م»،

ألاحظُ أنّ:



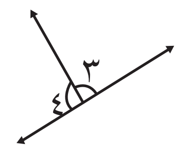
- < ١، < ٤ لهما الرأسُ نفسُه، وتقعانِ في جهتين متقابلتين.

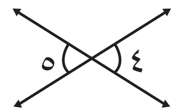
أتعلّم: الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما كلُّ زاويتين تنتجان من تقاطع مستقيمين، وتقعان في جهتين متقابلتين.

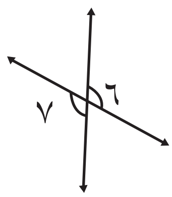
- الزّاويتان: < ١ و < ٤ زاويتان متقابلتان بالرأس، وكذلك < ٢ و ---- زاويتان متقابلتان بالرأس.

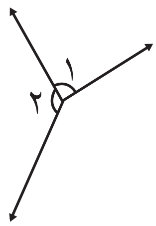
نشاط (٤):

أيٌّ منَ الأشكال الآتية يمثّلُ زاويتين متقابلتين بالرأس، مع ذكر السبب.







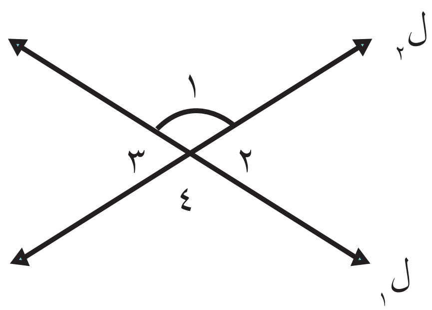


ليستا متقابلتين بالرأس

نشاط (٥):

في الشكل المجاور، إذا كان ∢ ١= ١٥٠°،

أُكملُ ما يأتي:



- الزاويتان: ١ و ---- زاويتان متكاملتان، حيث تقعان على الجهة نفسها من المستقيم ل١، وتشكّلان معاً زاويةً مستقيمةً.

إذن: ∢ ---- + ∢ ٢ = ١٨٠°

∢ ٢ = ١٨٠° - ---- = ---- °.

- الزاويتان: ١ و ---- زاويتان متكاملتان تقعان على الجهة نفسها من المستقيم ل٢، وتشكّلان معاً زاويةً مستقيمةً.

- ∢ ---- + ∢ ٣ = ١٨٠˚.

- ∢ ٣ = ١٨٠˚ - ---- = ----˚.

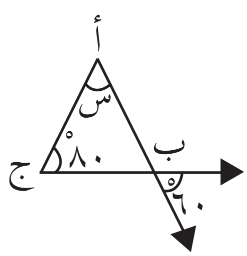
وبالطريقة نفسها فإنّ: ∢٤= -----.

ألاحظُ أنّ: ∢ ٢= ∢ ٣ = ٣٠˚، وكذلك ∢ ١= ∢٤ = ----.

أتعلّم: الزّوايا المتقابلة بالرأس متساويةٌ في القياس.

نشاط (٦):

أُكملُ لإيجاد قيمة س في الشكل الآتي:



∢ أ ب ج = ---- بالتقابُل بالرأس

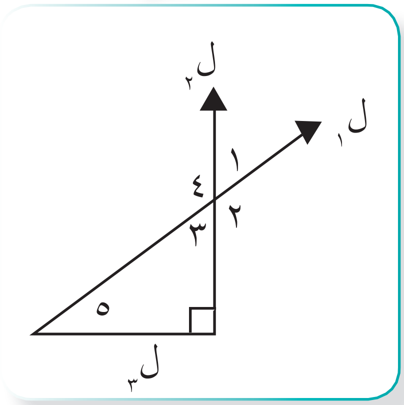
مجموع قياسات زوايا المثلّث = ١٨٠˚.

س + ٨٠˚ + ---- = ١٨٠˚

س+١٤٠˚ =١٨٠˚، اذن س= ----˚

تمارين ومسائل

١ أتأمّلُ الشّكلَ المجاورَ، وأُكملُ الفراغاتِ:



- مستقيمان متعامدان ------ و------.
- زوجان من الزّوايا المتقابلة بالرأس

---------- و-----------

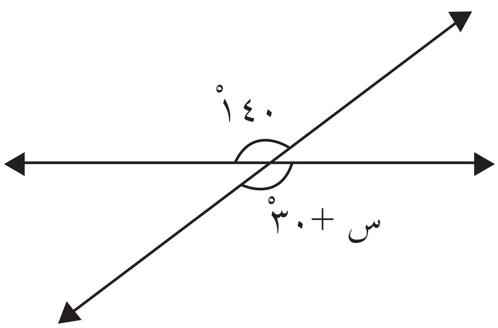
---------- و-----------

- زوجان من الزّوايا المتكاملة

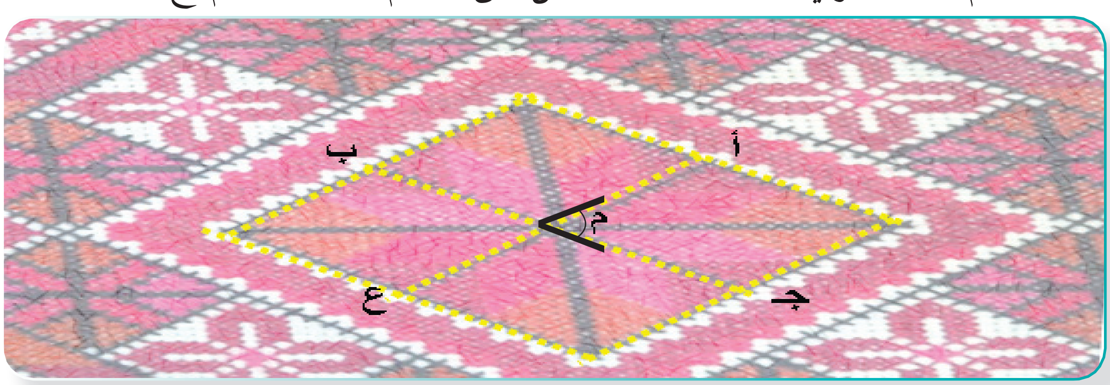
------------ و-----------

----------- و-----------.

٢ أجدُ قيمةَ س في الأشكال الآتية:



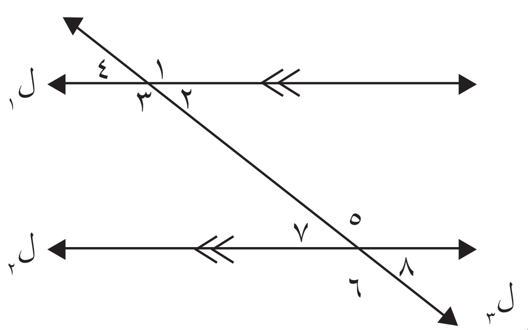
٣ التّطريزُ على القماش من سِماتِ الفلكلور الفِلَسطينيّ، تأمّلِ القطعةَ المُزخرفةَ الآتيةَ، إذا كان ∢ أم جـ يساوي ٥٠°، فما قيمة كلٍّ من: ∢ أم ب، ∢ ب م ع؟



(٢-٣): العلاقاتُ بين الزّوايا الناتجةِ عنْ مستقيمَين متوازيَين يقطعُهما ثالث

نشاط (١):

تمتازُ فِلَسطينُ بتنوُّعِ الطّيور، أتأمّلُ الصّورةَ المجاورةَ، وألاحظُ الأسلاكَ التي تقفُ عليها العصافيرُ والأسلاك الأخرى، يُمثّلُ الشّكل الذي يليه مُخطّطاً تقريبيّاً لثلاثةٍ من هذه الأسلاك. ألاحظُ المخطّطَ ثمّ أُكملُ الفراغاتِ الآتيةَ:

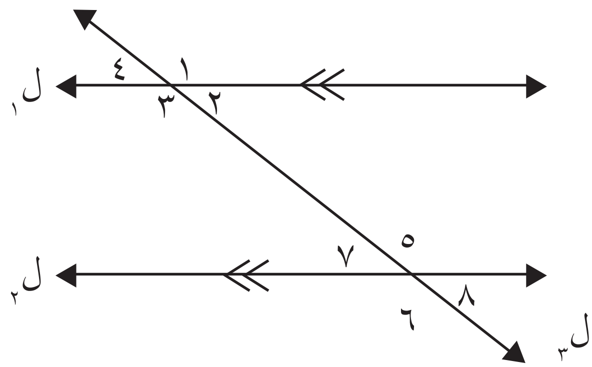


- المستقيم $ل_١$ يوازي المستقيم---------، المستقيم $ل_٣$ يقطع المستقيمين $ل_١$، $ل_٢$.

أتذكّر: المستقيمان المتوازيان: هما مستقيمان لا يتقاطعان مهما امتدّا في المستوى الواحد. ويُرمَزُ للتوازي بالرّمز //.
الإشارة ≪ على كلٍّ من المستقيمين المرسومين تدلُّ على أنّهما متوازيان.

- نلاحظُ أنّ أربعَ زوايا شُكّلتْ حولَ كلّ نقطةٍ من نقاطِ تقاطُعِ المستقيمِ القاطعِ $ل_٣$ مع المستقيمين $ل_١$، $ل_٢$ وهي: > ١، > ٢، ----، ----، ----، ----، ----، > ٨.
- > ٢، > ٣، > ٥، > ٧ تُعدّ زوايا داخليّة في الشّكل.
- > ١، > ٤، > ٦، > ٨ تُعدّ زوايا خارجيّة في الشّكل.

ألاحظُ ما يأتي:



أ ∠ ٢ و ∠ ٧ زاويتان داخليّتان تقعانِ في جهتين مختلفتين من المستقيم القاطع، وتشكّلان حرفَ Z .

أتعلّم: إذا قطعَ مستقيمٌ مستقيمين متوازيين فإنّ الزاويتين المتبادلتين هما: أيُّ زاويتين داخليّتين تقعانِ في جهتين مختلفتين من المستقيم القاطع، وتُشكّلان حرف Z تقريباً.

- الزاويتان: ∠ ٢ و∠ ٧ زاويتان متبادلتان. وكذلك الزاويتان: ∠ ٣، ∠ --- زاويتان متبادلتان.

ب ∠ ١ و ∠ ٥ زاويتان إحداهما داخليّة والأخرى خارجيّة، وتقعان على الجهة نفسها من المستقيم القاطع.

أتعلم: إذا قطعَ مستقيمٌ مستقيمين متوازيين فإنّ الزاويتين المتناظرتين: هما أيّ زاويتين إحداهما داخليّة والأخرى خارجيّة، وتقعان على الجهة نفسها من المستقيم القاطع ويشكلان حرف F تقريباً.

- ∠ ١ و ∠ ٥ زاويتان متناظرتان. وكذلك الزّاويتان: ∠ ٢، ∠ --- متناظرتان، وجميعها تقع على الجهة اليمنى من القاطع ل٣.

- هنالك زوجان آخران من الزوايا المتناظرة ∠ ٤ ، ∠ ---- ، وكذلك ∠ ٣، ∠ ----.

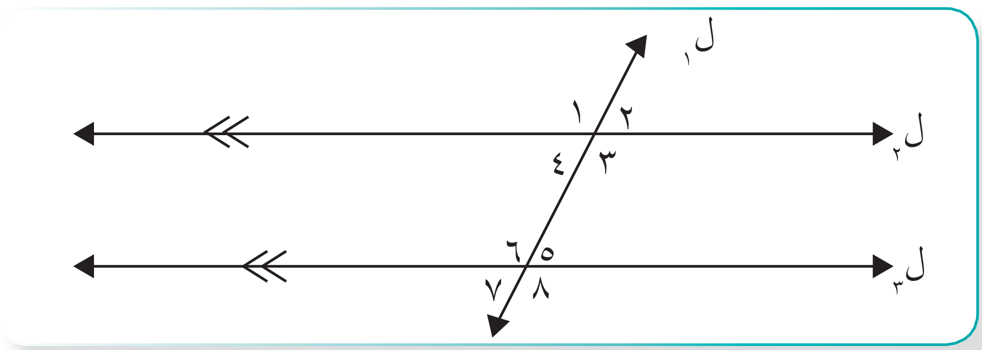
جـ ∠ ٢، ∠ ٥ زاويتان داخليّتان وتقعان على الجهة نفسها من المستقيم القاطع، ويشكّلان حرف « U ».

أتعلّم: إذا قطع مستقيم مستقيمين، فإنّ الزاويتين المتحالفتين هما أيّ زاويتين داخليّتين وتقعان على الجهة نفسها من المستقيم القاطع، ويشكّلان حرف « U » تقريباً.

- ∠ ٢ و ∠ ٥ زاويتان متحالفتان، وكذلك الزاويتان: ∠ ٣، ∠ ---- متحالفتان.

نشاط (٢):

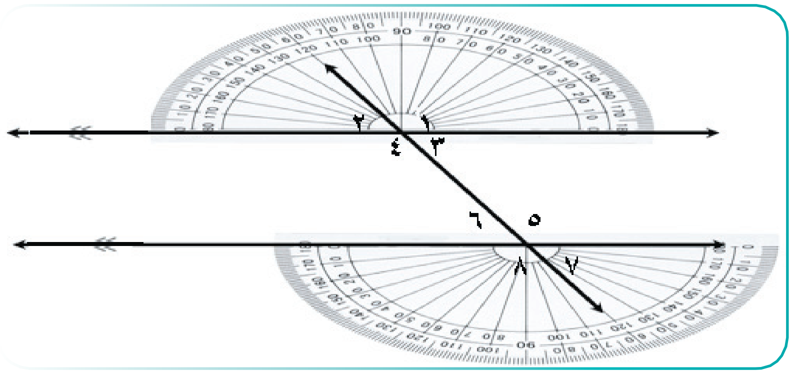
المستقيم ل١ يقطع المستقيمين المتوازيين ل٢، ل٣، وينتجُ عن التقاطع الزّوايا المرقّمة من ١ إلى ٨، أُكملُ الجدولَ الذي يليه بما يناسبه من علاقة (تناظُر، تحالُف، تبادُل).



الزّوايا	العلاقة (تناظر، تحالف، تبادل).
∠ ١، ∠ ٦	
∠ ٣، ∠ ٥	
∠ ٣، ∠ ٦	تبادل
∠ ٤، ∠ ٥	
∠ ٤، ∠ ٦	
∠ ٤، ∠ ٧	تناظر

نشاط (٣):

يُمثّل الشكل الآتي مستقيمين متوازيين يقطعُهما مستقيمٌ ثالث، أتأمّلُ الشّكلَ وأُكملُ الفراغاتِ والجدولَ الذي يليه بما يناسبه من قياس زوايا الشكل والعلاقة بينهما:



أُلاحظُ أنّ:

∡ ٤ = ∡ ١ = ١٢٠°، وكذلك ∡ ٥ = ∡ ٨ = ١٢٠°(بالتقابل بالرأس)

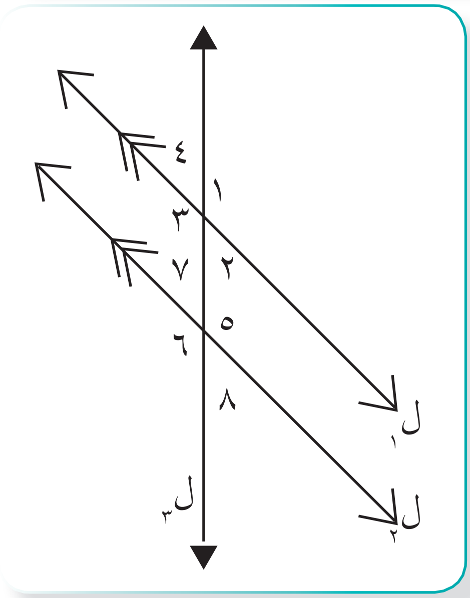
∡ ٣ = ∡ ٢ = ٦٠°، وكذلك ∡ ٦ = ∡ ٧ = ٦٠° (بالتقابل بالرأس).

الزاوية	قياسها بالدرجات	الزاوية	قياسها بالدرجات	تبادل، تناظر، تحالف
٣	٦٠	٦	٦٠	تبادل
٤		٥		
١	١٢٠	٥	١٢٠	تناظر
٢		٦		
٣	٦٠	٥	١٢٠	تحالف
٤		٦		

أتعلّم: إذا قطع مستقيمٌ مستقيمين متوازيين فإنّ:

- أيّ زاويتين متبادلتين متساويتان بالقياس.
- أيّ زاويتين متناظرتين متساويتان بالقياس.
- مجموع أي زاويتين متحالفتين يساوي ١٨٠°.

نشاط (٤):



في الشكل المقابل ل$_{١}$//ل$_{٢}$، ل$_{٣}$ قاطعٌ لهما.

∡ ١=١٥٠°، أُكملُ لإيجاد ∡ ٢، ∡٣، ∡٥، ∡٧.

- ∡ ١، ∡ ٢، ∡ ٣، ∡ ٤ ناتجة عن تقاطع المستقيمين ل$_{١}$،ل$_{٣}$، وينتج عنهما زوايا متقابلة بالرأس ومتكاملة:

- ∡ ٢، ∡---- زاويتان متكاملتان؛ أيّ مجموعهما ١٨٠°

  ∡ ١ + ∡ ---- =١٨٠°

  ---- + ∡ ٢ =١٨٠°

  إذن: ∡ ٢= ---- - ---- = ----°.

- الزاويتان: ∡ ٣، ∡ ١ زاويتان متقابلتان بالرأس؛ لذلك هي متساوية في القياس، إذن:

  ∡ ٣= -----°.

- **الزوايا:** ∡ ٥، ∡---، ∡---، ∡ ٨ ناتجة من تقاطع المستقيمين ل$_{٢}$، و -----------

يلزم معرفة زاوية واحدة منها لايجاد الثلاث الأخرى، باستخدام العلاقات بين الزّوايا (التبادل أو التناظر أو التحالف).

- الزّاويتان: ∡ ٥، ∡ ---- متناظرتان، إذن: ∡ ٥ = -----°.
- يمكن معرفة ∡ ٧ بطرقٍ عِدّة، مثل: ∡ ٧، ∡ ٥ متكاملتان،

  إذن: ∡ ٧ = ١٨٠° - ---- = ----°.
- أجدُ: ∡ ٧ بطريقة ثانية.

نشاط (٥):

رسمـــتْ سلـمى العَلَــمَ الفِلَسطينــيّ، فكـان ∢ أب د = ٤٠°، أُكملُ لإيجاد قيمة ∢ ج د ب.

∢أب د، ∢ج د ب زاويتان متحالفتان، وبما أنّ أب // ----، فإنّ مجموع الزاويتين المذكورتين يساوي -----° .

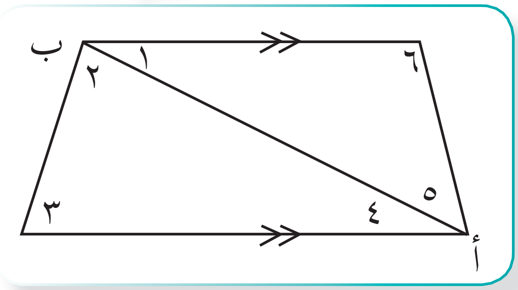
∢ أب د + ∢ ---- = ١٨٠°

٤٠ + ---- = ١٨٠°

إذن: ∢ج د ب = ١٨٠° – ---- ° = ---- °

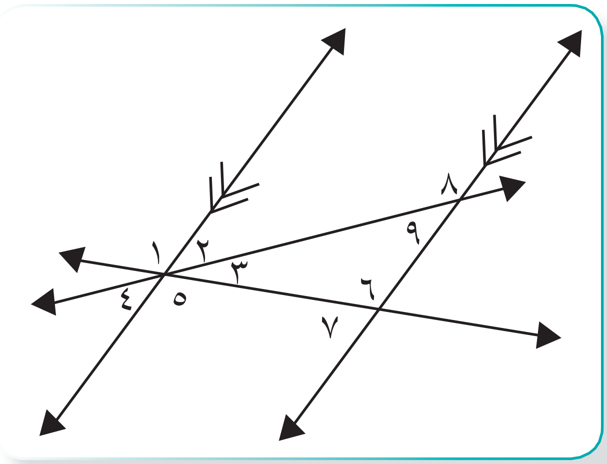
تمارين ومسائل

١ رُسِمَ القطر أب في شبه المنحرف في الشكل المجاور، أذكرُ زوجاً على كلٍّ من: الزّوايا المتبادلة والمتحالفة.

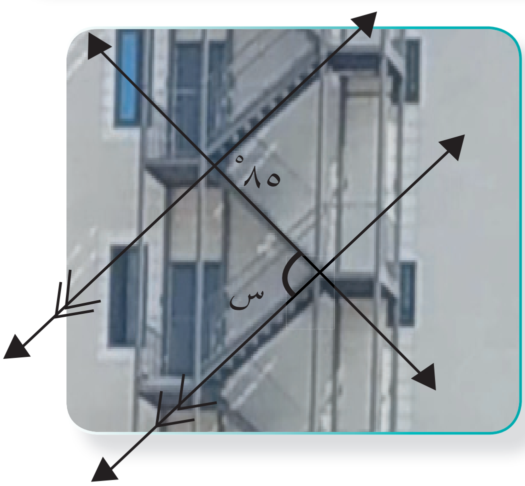


٢ أَستَعِنْ بالشّكل المجاور للإجابة عمّا يأتي:

- أكتبُ أزواجاً من الزّوايا: المتبادلة، والمتناظرة، والمتحالفة.
- إذا كان ∢٢= ٥٠°، فما قيمةُ ∢ ٨.

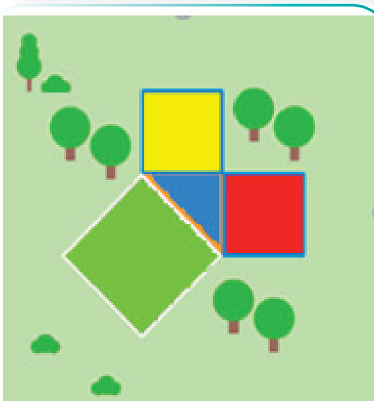


٣ ضمنَ شروطِ السّلامةِ لبعض المباني والمنشآت يَشترِطُ الدّفاعُ المدنيّ الفِلَسطينيّ توفُّر درجِ طوارئ خارجيّ كما في الشكل المجاور. جدْ قيمة «س».

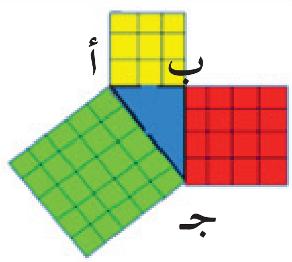


(٢-٤): نظريّة فيثاغورس

نشاط (١):



يمتلكُ مهندسٌ أرضاً زراعيّةً في محافظة نابُلْسَ، وأراد أنْ يبنيَ عليها بناءً؛ وتجنُّباً لقطعِ أشجارِ الزّيتون صّمّمَ البناءَ كما في الشكل المجاور، من ثلاث غرفٍ مربّعةٍ، وموزّعٍ على شكل مثلّثٍ قائمِ الزّاوية، وقامَ بتبليط الغُرَفِ ببلاطٍ مربّع، الشّكلُ المجاورُ يبيّن المخطّطَ الذي صمّمه المهندس.



اعتمدْ على هذا الشكل لإكمال ما يأتي:

- المثلّث أ ب جـ مثلّثٌ قائمُ الزّاوية في ----.
- الضّلعُ الأطول في المثلّث هو الضّلع المقابلُ للزّاوية القائمة، وهو الضّلع ----.
- الضّلعان المنشآن على القائمة هما الضلعان ---- و ----.
- أُكملُ الجدولَ الآتيَ:

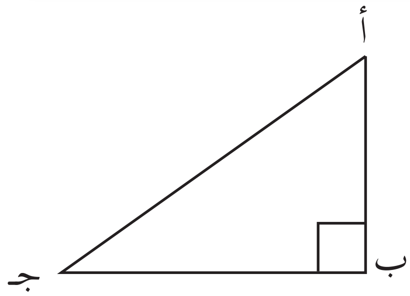
لون الغرفة وفقَ المخطّط	عددُ البلاطات في الغرفة "مساحة الغرفة بالوَحدات المربّعة"	(طول الضلع)^٢
أحمر	١٦	مربّع طول الضلع (ب جـ) هو (ب جـ)^٢=١٦
أصفر		مربّع طول الضلع (أب) هو (أب)^٢=---
أخضر		مربّع طول الضلع (أجـ) هو (أجـ)^٢=---

- (أ جـ)^٢ = ----.
- (أب)^٢ + (ب جـ)^٢= ----. ماذا تُلاحظ؟

أتعلّم: في المثلّث القائم الزّاوية يُسمّى الضّلعُ المقابل للزّاوية القائمة الوترَ، والضّلعان الآخران يُسميّان ضلعَي القائمة.

نظريّة فيثاغورس: في المثلّث القائم الزّاوية، مِساحةُ المربّع المُنشأ على الوتر تساوي مجموعَ مِساحتي المربّعين المُنشأين على ضلعَي القائمة.

أي إذا كانَ المثلّث أب جـ قائماً في ب؛ فإنّ:

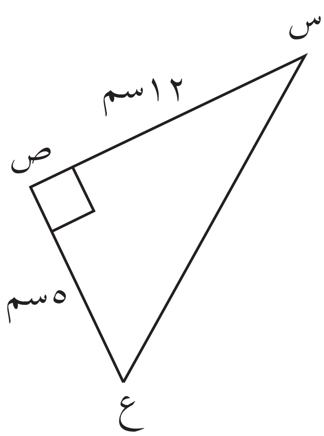


- (أ جـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}.
- بصورة أخرى:

(طول الوتر)^{٢} = (طول ضلع القائمة الأول)^{٢} + (طول ضلع القائمة الثاني)^{٢}

نشاط (٢):

في الشكل المجاور س ع ص مثلّث قائم الزاوية في ص.



أُكملُ ما يأتي لإيجاد طولِ الضلع $\overline{\text{س ع}}$ بالسنتمتر.

المثلث س ص ع مثلث قائم الزاوية، باستخدام نظريّة فيثاغورس

(س ع)^{٢} = (س ص)^{٢} + (----)^{٢}

(س ع)^{٢} = (١٢)^{٢} + (----)^{٢}

(س ع)^{٢} = ---- + ---- =١٦٩

س ع = $\sqrt{١٦٩}$= ---- سم.

نشاط (٣):

يُعنى مركزُ المناهج الفلسطينيّة بتطويرِ المناهج التعليميّة باستمرار، وهو أحدُ أبنيةِ وزارةِ التربية والتعليم في مدينة رام الله، بالاستعانة بالشكل والقياسات المُرافِقة له أَكملْ لإيجادِ مِساحةِ المنطقة العلويّة المُثلّثة من المبنى. «يمكنك توظيف الآلة الحاسبة».

أتذكّر: مِساحةُ المثلّث = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × الارتفاع

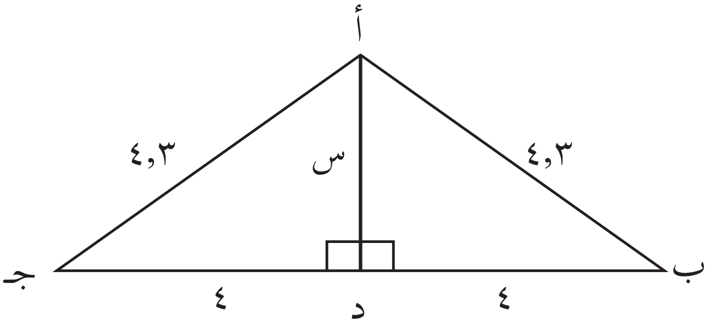
نطبّق نظريّة فيثاغورس على أحد المثلثات القائمة «أب د» لإيجاد ارتفاعه «أ د».

(أب)^{٢} = (ب د)^{٢} + (أ د)^{٢} ، طول أد مجهول، افرض طول «أ د» = س.

(٤,٣)^{٢} = (----)^{٢} + (س)^{٢}

١٨,٤٩ = ---- + س^{٢}

س^{٢} = ----، اذن س= ---- م.



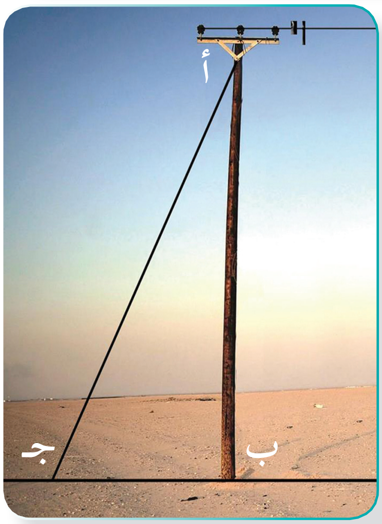
مساحة المثلث القائم «أب د»

$\frac{١}{٢}$ × ---- × ---- = ---- م^{٢}

مساحة المثلث القائم أدجـ = مساحة المثلث أ ب د = ---- م^{٢}

إذن: مِساحةُ المنطقة العلويّة المثلّثة من المبنى = ---- + ----- = ---- م^{٢}

نشاط (٤):



ثبّتَ فنيّو شركة الكهرباء عموداً بأسلاكٍ مشدودةٍ ومربوطةٍ من أعلى العمود إلى أرضٍ مستوية، كما في الشكل المجاور. إذا كان طولُ السّلك المشدود ١٠م، وطولُ عمود الكهرباء ٨م، أكمل لإيجاد المسافة بين أسفل العمود وطرف السلك السفليّ المثبّت على الأرض.

أُطبّقُ نظريّة فيثاغورس على المثلّث القائم أ ب جـ.

(أجـ)^{٢}= (أب)^{٢}+ (ب جـ)^{٢}، نفرض أنّ طول الضلع $\overline{\text{ب جـ}}$ = س.

(----)^{٢} = (----)^{٢} + (س)^{٢}

١٠٠ = ---- + (س)^{٢}

(س)^{٢} = ---- - ---- = ----. اذن س = ----.

المسافة بين أسفل العمود وطرف السلك السفلي = ---- م.

تُسمّى أطوالُ أضلاعِ المثلّث القائم في النشاط (١) (٣، ٤، ٥)، وفي النّشاط(٢) (٥، ١٢، ١٣)، وفي النشاط(٤) الأعداد (٦، ٨، ١٠) أعداداً فيثاغوريّة*.

تعريف: تُسمّى الأعدادُ الطبيعيّةُ التي تُحقّقُ نظريّة فيثاغورس الأعدادَ الفيثاغوريّة.

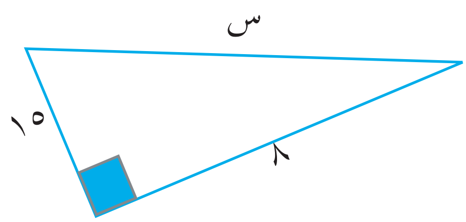
نشاط (٥): أُكملُ الجدولَ الآتيَ موضّحاً الأعدادَ الفيثاغوريّة.

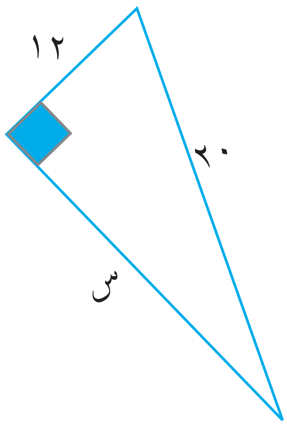
أ	ب	جـ	أ^{٢}	ب^{٢}	جـ^{٢}	هل هي أعدادٌ فيثاغوريّة؟
٣	٤	٥	٩	١٦	٢٥	نعم؛ لأنها أعداد طبيعية ولأنّ ٩+١٦=٢٥
٧	٢٤	٢٥				
٨	١٥	١٧				
٦	٧	١٣				
١	١	$\sqrt{٢}$				

* الأعداد الفيتاغورية أعداد طبيعيّةٌ تُحقّقُ نظريّة فيثاغورس، فهي إذن تُشكّلُ مثلّثاً قائمَ الزّاوية.

تمارين ومسائل

١ أجدُ قيمةَ س في المثلّثاتِ القائمةِ الآتية:

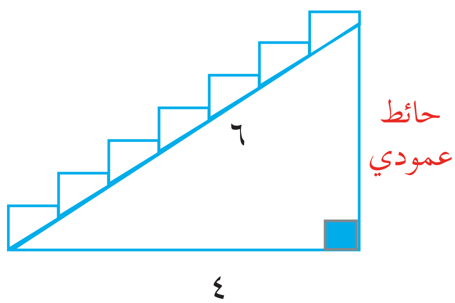




٢ أيُّ مجموعة من الأعداد الآتية يمكن أنْ تُشكّلَ مثلّثاً قائماً؟

١) ٩، ٤٠، ٤١ ٢) ٤، ١٢، ١٣

٣ في الشكل المجاور تصميمٌ لمخطّطِ درجٍ يرتكزُ على حائطٍ عموديّ، إذا كان طولُ السّطحِ المائل الذي أُقيمَ عليه الدّرج ٦م، وكانت المسافةُ بين طرف السطح المائل السفليّ والحائط العموديّ ٤م، فما ارتفاعُ الحائط؟



٤ إذا كانت الأعداد ٨٠ ، ٨٩، س أعداداً فيثاغوريّة، أجدُ قيمةَ س؟

تمارين عامّة

١ أضعُ دائرةً حول رمز الإجابة الصّحيحة فيما يأتي:

١ أيُّ النّقاطِ الآتيةِ تقعُ في الرّبع الثّاني؟

أ) (٢،١) ب) (-٢،١) جـ) (٢،-١) د) (-٢،-١)

٢ أيّ النّقاطِ الآتيةِ لا تقعُ على أيٍّ من المحاور؟

أ) (٣، ٠) ب) (-٣،-١) جـ) (٠، ٠) د) (٠، ٤)

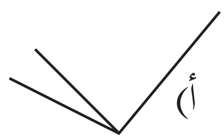
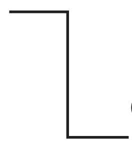
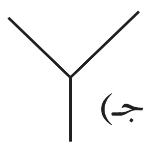
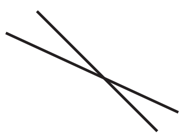
٣ أيّ النّقاطِ الآتيةِ تقعُ على المحور الصّادي؟

أ) (٥، ٠) ب) (-٣،-١) جـ) (٠، ٣) د) (١، ٤)

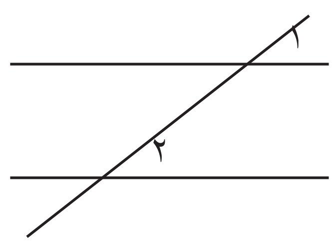
٤ النّقطةُ (ل، -٣) تقعُ في الرّبع الثّالث، أيّ القِيَمِ الآتيةِ يُمكنُ أنْ تُمثِّلَ قيمةً لِـ «ل»؟

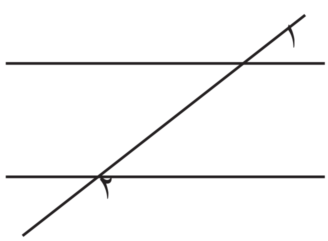
أ) ٣ ب) ٠ جـ) ١ د) -١

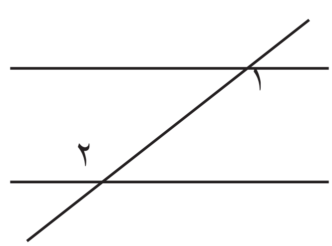
٥ أيٌّ من الأشكال الآتية يمثل زوايا متقابلة بالرأس؟

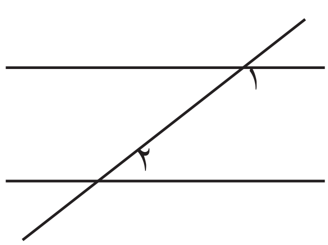
أ) 
ب) 
جـ) 
د) 

٦ أيٌّ من أزواج الزوايا المرقمة في الأشكال الآتية يمثل زاويتين متبادلتين؟

أ) 

ب) 

جـ) 

د) 

٧ أيٌّ ممّا يأتي منْ خواصّ الزوايا المتناظرة الناتجة عن تقاطُعِ مستقيمٍ معَ مستقيمين متوازيَين؟

أ- متساويتان في القياس　　　ب- مجموع قياسهما ١٨٠°

ج- مجموع قياسهما ٩٠°　　　د- متقابلة بالرّأس.

٨ أيّ من الأحرفِ الآتية تحصر زاويتين متحالفتين؟

أ- H　　ب- Z　　ج- L　　د- X

٩ إذا قطعَ مستقيمٌ مستقيمين متوازيين، أيّ العباراتِ الآتية حول الزوايا الناتجة من التقاطُع غير صحيحة؟

أ- الزاويتان المتناظرتان متساويتان في القياس.　　ب- الزاويتان المتحالفتان متساويتان في القياس.

ج- الزاويتان المتبادلتان متساويتان في القياس.　　د- مجموع الزاويتين المتحالفتين ١٨٠°.

١٠ أيّ مجموعةٍ من المجموعاتِ الآتيةِ تشكّلُ أعداداً فيثاغوريّة؟

أ) ٣، ٤، ٧　　ب) ٦، ٨، ١٢　　ج) ١٢، ١٣، ١٥　　د) ١٢، ٣٥، ٣٧

٢ مثلّثٌ قائمُ الزّاويةِ مِساحتُه ٤٨ سم٢، وطولُ قاعدته ٨ سم، أوجدْ طولَ وترِه.

٣ إذا كانت ∠١، ∠٢ زاويتين متحالفتين ناتجتين عن تقاطُعِ مستقيمٍ مع مستقيمين متوازيين، وكان ∠١ = ٧٠°، جد ∠٢ .

٤ شجرةُ نخيلٍ تنبتُ عموديّاً على الأرض، كُسِرَ ساقُها بفعلِ الإعصار، من ارتفاع ٣م عن الأرض كما في الشكل، فكانت المسافةُ الأفقيّة المستوية بين أسفل الشجرة والرأس المقطوع المُلقى على الأرض ٤م، فما طولُ الشّجرةِ الأصليّ؟

٣

الوحدة الثالثة

الجبر ١

أُفكِّرُ وأُناقِشُ: تتميّزُ الطّبيعةُ في فِلَسطينَ باخْتلافِ ارْتفاعات تضاريسها.

يُتَوقَّعُ مِن الدّارسينَ بعد دراسةِ هذهِ الوَحْدةِ والتّفاعُلِ معَ أنشطتِها أنْ يكونوا قادرينَ على توظيفِ المتباينات الخطيّة والفتراتِ والعمليّات عليها في حلّ مشكلاتٍ حياتيّةٍ، من خلالِ تحقيقِ الآتي:

١ التّعرُّفِ إلى الفترات وأنواعها.

٢ تمثيلِ الفترات على خطّ الأعداد.

٣ إيجادِ اتّحادِ وتقاطُعِ فترتين.

٤ توظيفِ الفتراتِ والعمليّاتِ عليها في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

٥ التّعرُّفِ إلى المتباينة الخطيّةِ بمُتغيِّرٍ واحد.

٦ التّعرُّفِ إلى خواص التّباين: (الإضافة، والضرب في عددٍ حقيقيّ، والقسمة على عددٍ حقيقيّ).

٨ توظيفِ خصائصِ التّباينِ في حلّ المُتباينةِ الخطّيّةِ بِمتغيّرٍ واحد.

٩ توظيفِ حلّ المتباينةِ الخطّيّةِ في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

(٣-١): الفتراتُ وتمثيلُها

نشاط (١):

يُسمَحُ للطّفل الفِلَسطينيّ الالتحاقُ بالصفّ الأوّلِ في المدارسِ الفِلَسطينيّةِ الحكوميّة ووكالة الغوث، إذا كان عمرُهُ يتراوح بين ٥ سنوات و ٧ أشهر، و٦ سنوات و ٧ أشهر في بداية العام الدراسيّ، إضافةً إلى الأطفال الذين أعمارهم ٦ سنوات و ٧ أشهر تماماً.

إذا كان عُمرُ الطّفل ٥ سنوات و٨ أشهر يُمكنُهُ الالتحاقُ بالمدارس الحكوميّة أو مدارس الوكالة.

هل يمكنُ للطّفل الذي عمره ٦ سنوات الالتحاقُ بالمدارس الحكوميّة أو الوكالة؟ ---------- فسّرْ.

هل يُمكن للطفل الذي عمره ٥ سنوات الالتحاقُ بالمدارس الحكوميّة أو الوكالة؟------ فسّرْ.

نشاط (٢):

حدّدتْ شرطةُ المرور الفلسطينيّةُ سرعةَ السيّارات على الطُّرقِ السريعةِ فكانت حدودُ السّرعةِ الدنيا هي ٨٠كم/س، وحدودُ السّرعةِ القُصوى ١١٠ كم/س، إذا كانت ع تدلّ على سرعة سيارة.

أُكملُ الآتي:

نلاحظُ أنّ: مقدار السّرعةَ ٩٠كم/س ∈ { ع : ع ∈ ح ، ٨٠ ≤ ع ≤ ١١٠} ، أكمل:

- مقدار السرعة ٨٥ كم/س ــــــــــــ{ ع : ع ∈ ح ، ٨٠ ≤ ع ≤ ١١٠}
- مقدار السرعة ١١٥ كم/س ــــــــــــ{ ع : ع ∈ ح ، ٨٠ ≤ ع ≤ ١١٠}
- مقدار السرعة ١٠٠كم/س ــــــــــــ السرعة المسموحة.

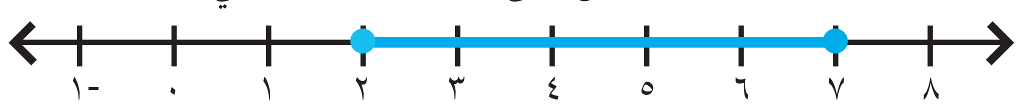
أتعلَّمُ:

ليكن أ ، ب عددين حقيقيّين، بحيث أ < ب، فإنّ مجموعةَ جميعِ الأعدادِ الحقيقيّة المحصورة بين العددين أ، ب على خطّ الأعدادِ تُسمّى فترة، ويُستعمَلُ الرّمز [ ] للدلالة على انتماء طرفَي الفترة لها.

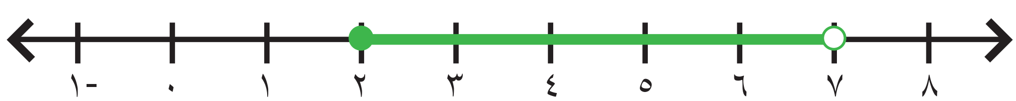
مثال(١):

أُمثّلُ المجموعاتِ الآتيةَ على خطّ الأعداد، وأكتُبُها على شكل فترات:

أ المجموعةُ المكوّنةُ من العددين ٢، ٧ وجميعُ الأعدادِ المحصورةِ بينهما على خط الأعداد ، وتُكتب على شكل مجموعة كالآتي: {س: س ∈ ح، ٢ ≤ س ≤ ٧ }، ويُرمَزُ لها بالرمز: [٢،٧] ، وتُمثّلُ على خطّ الأعداد كالآتي:

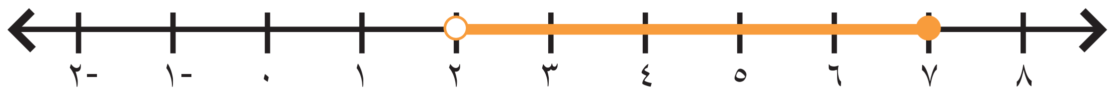


ب المجموعةُ المكوّنةُ من العدد ٢، وجميع الأعداد المحصورة بين العدد ٢ والعدد ٧ على خطّ الأعداد، وتُكتَبُ على شكل مجموعة كالآتي:{ س : س ∈ ح ، ٢ ≤ س < ٧}، ويُرمَزُ لها بالرمز: [٢ ، ٧ [، وتُمثَّلُ على خطّ الأعداد كما يأتي:



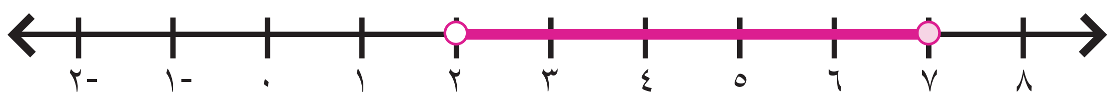
جـ المجموعة المكوّنة من العدد ٧ وجميع الأعداد المحصورة بين العددين ٢، ٧ على خطّ الأعداد، وتُكتَبُ على شكل مجموعة كالآتي:

{ س: س ∈ ح، ٢ < س ≤ ٧ }، ويُرمَزُ لها بالرّمز]٢ ، ٧]، وتُمثَّلُ كما في الشكل:



د المجموعة المكوّنة من جميع الأعداد المحصورة بين العددين ٢، ٧ على خطّ الأعداد، وتُكتَبُ على شكل مجموعة كالآتي:

{ س: س ∈ ح، ٢ < س < ٧ }، ويُرمَزُ لها بالرّمز:]٢ ، ٧[



أتعلّمُ:

الفترات المحدودة: ليكن أ، ب عددين حقيقيّين، حيث: أ < ب

أنواع الفترات	الفترة بالرموز	الفترة على شكل مجموعة
المغلقة	[أ ، ب]	{ س: س ∈ ح ، أ ≤ س ≤ ب }
نصف مفتوحة من اليمين (نصف مغلقة من اليسار)	]أ ، ب]	{ س: س ∈ ح ، أ < س ≤ ب }
نصف المغلقة من اليمين (نصف المفتوحة من اليسار)	[أ ، ب[	{ س: س ∈ ح ، أ ≤ س < ب }
المفتوحة	]أ ، ب[*	{ س: س ∈ ح ، أ < س < ب }

* يمكن كتابتها على الصّورة (أ ، ب)

نشاط (٣):

أُكملُ الجدولَ الآتي:

الفترة	تمثيلها على شكل مجموعة	تمثيلها على خطّ الأعداد	عدد ينتمي للفترة	عدد لا ينتمي للفترة
[-١،١[				
[-٢،٠,٥]	{س: س ∈ ح، -٢ ≤ س ≤ ٠,٥}		-٠,٥	
]٣،٦[	{ س: س ∈ ح، ٣ < س < __ }			٠

نشاط(٤):

أُعبّرُ عن المجموعات الآتية بفترات، وأُمثّلُها على خطّ الأعداد، وأكتبُ عدداً ينتمي وآخرَ لا ينتمي لهذه الفترة:

أ {س: س ∈ ح ، س > -٣ }

الحل: تُمَثل الفترة]-٣ ، ∞ [على خطّ الأعداد

نلاحظُ أنّ العدد -٥ لا ينتمي للفترة مثلاً، بينما العدد -٢ ينتمي للفترة.

هل العدد -٣ ينتمي للفترة؟

ب {س:س ∈ ح،س ≥ ٨}

جـ { س:س ∈ ح،س ≤ ٨}

د {س: س ∈ ح }

الفترات غير المحدودة:

الفترة	الفترة على شكل مجموعة
] أ ، ∞[	{ س : س ∈ ح ، س ≥ أ }
[أ ، ∞ [	{ س : س ∈ ح ، س > أ }
] - ∞ ، أ]	{ س : س ∈ ح ، س ≤ أ }
] - ∞ ، أ [	{ س : س ∈ ح ، س < أ }
] - ∞، ∞ [	{ س : س ∈ ح } = ح

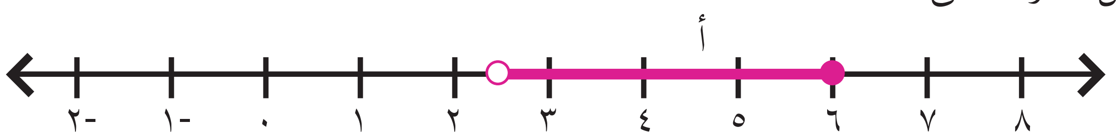
ملاحظة: الرّمز ∞ يدلّ على ما لا نهاية في الفترات غير المحدودة.

العمليّات على الفترات

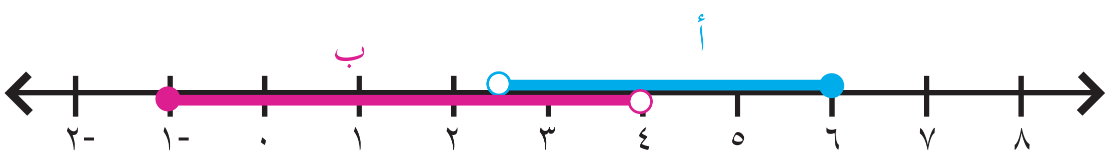
مثال (٢):

لتكن أ =] ٢,٥ ، ٦] ، ب = [-١ ، ٤ [، لإيجاد: أ ∪ ب و أ ∩ ب:

أُمثّلُ الفترةَ أ على خطّ الأعداد:



ثمّ أُمثّلُ الفترةَ ب على خطّ الأعدادِ نفسه:



ألاحظُ أنّ: أ ∩ ب =] ٢,٥ ، ٤[و أ ∪ ب = [-١، ٦]

نشاط (٥):

أُكملُ بإيجاد ما يأتي، مع التّمثيلِ على خطّ الأعداد:

]٢ ، ٦[∩]١ ، ∞[=]٢ ، ٦[________

]٢ ، ٦[∪]١ ، ∞[= ____________

]- ∞ ، ٢] ∪ [٢ ، ∞[= ____________

]- ∞ ، ٢] ∩ [٢ ، ∞[= ____________

تمارين ومسائل

١ أكتبُ المجموعاتِ الآتيةَ على شكلِ فترات:

أ) س = {أ: أ ∈ ح، ١٥ < أ ≤ ١٠٠}

ب) جميعُ الأعدادِ الحقيقيّةِ التي تبعدُ عن الصّفر أقلُّ من ٣ وحدات.

٢ أُصنّفُ الفتراتِ الآتيةَ إلى محدودةٍ وغيرِ محدودة، وأُمثّلُها على خطّ الأعداد:

أ) [-١ ، ١]　　ب)] -٨ ، ٠ [　　ج)] ١ ، ∞]　　د) [-∞ ، ٣]

٣ أُعبّرُ عمّا يأتي بفترات:

أ) فترةُ صلاحيّةِ ضمانِ غسّالة ٣ سنوات تشغيل.

ب) الفترةُ التي __لا__ تُمثّلُ جميعَ الأعداد الحقيقيّة الموجبة.

ج) جميعُ الأعداد الحقيقيّة التي بُعدُها عن الصّفر أكبر أو يساوي وَحدتين.

٤ أُمثّلُ ما يأتي على خطّ الأعداد، ثمّ أَجدُ الناتج:

١)] ٠ ، ١ [∪] ١ ، ٥ [

٢) [-٤ ، ٠ [∩] ٠ ، ٤]

٣)] -٥ ، ∞] ∩ [-١٠ ، ∞]

٤)] -٥ ، ∞] ∪ [-١٠ ، ∞]

(٣-٢): المُتبايناتُ الخطّيّةُ

نشاط(١):

تقومُ المحلّاتُ التّجاريّةُ الكبيرةُ بعمل خصوماتٍ لاستقطاب الزّبائن، أعلنتْ إحدى المحالّ التّجاريّة عن خصمٍ بشرط ألّا تقلّ قيمةُ المشتريات عن ٥٠ ديناراً.

يُمكنُ التعبيرُ عنها رياضيّاً كما يأتي: س $\geq$ ٥٠:س قيمة المشتريات.

_ بعد أسبوعين أعلنَ المحلّ عن خصمٍ على ألّا تقلُّ قيمةُ المشتريات عن ٤٠ ديناراً، عبّرْ عن ذلك رياضيّاً -------------------------.

تعريف: المتباينةُ الخطّيّةُ بمتغيّرٍ واحد: هي جملةٌ رياضيّةٌ بِمتغيّرٍ واحد، وتحوي إحدى الإشارات: > ، < ، $\leq$ ، $\geq$ ، وتُكتَبُ بإحدى الصّورِ الآتية:

أ س + ب > ٠ ، أ س + ب < ٠، أ س + ب $\leq$ ٠ ، أ س + ب $\geq$ ٠ ، حيث: أ ، ب أعدادٌ حقيقيّةٌ، أ $\neq$ ٠

مثال(١):

« إذا كان زمنُ التّشغيلِ المُمكنِ لمِصباحٍ كَهربائيّ ٩٠ يوماً، تمّ تشغيلُه لمدة ٣٠ يوماً، وما زال يعمل»، كوّن متباينة خطية تُعَبر عن الزمن المتبقي لتشغيل المصباح.

الحلّ: ٣٠ + س $\leq$ ٩٠ : س زمن التشغيل المتبقي.

نلاحظُ أنّ الحدّ الأعلى لزمن التشغيل المتبقي هو ٦٠ يوماً.

أيّ أنّ: س $\in$ [___ ، ___]

أتعلّمُ: حلُّ المتباينةِ هو إيجادُ قيمةٍ أو قِيَمِ المُتغيّرِ التي تجعلُ المتباينةَ صحيحةً، ويُمكنُ تمثيلُهُ بمجموعةِ حلّ.

نشاط(٢):

أضعُ إشارة: > أو < أو = في الفراغات الآتية:

أ) ٧ > ١٠

٧ + ٢ ____ ١٠ + ٢

٧ + -٢ _____ ١٠ + -٢

أتعلّمُ: إذا كانت أ ، ب ، ج أعداداً حقيقيّةً، وكان أ > ب فإنّ: أ + ج > ب + ج

ب) -٣ < -٥

-٣ + ٢ _____ -٥ + ٢

-٣ + -٢ _____ -٥ + -٢

أتعلّمُ: إذا كانت أ، ب، ج أعداداً حقيقيّةً، وكان أ < ب فإنّ: أ + ج < ب + ج

مثال (٢):

أَحلُّ المتباينة س − ١٢ ≤ ٨

الحلّ: س − ١٢ ≤ ٨

س − ١٢ + ١٢ ≤ ٨ + ١٢ (إضافة ١٢ إلى الطّرفين)

س ≤ ٢٠ أو س ∋ [٢٠ ، ∞[

نشاط (٣):

أضعُ إشارة: > أو < أو = في الفراغات الآتية:

أ ٢ < ٣:

٢ × ٤ < ٣ × ٤ ، ٢ ÷ ٥ ــــ ٣ ÷ ٥

أتعلّمُ: إذا كانت أ، ب أعداداً حقيقيّةً:

إذا كان أ < ب، وكان جـ عدداً موجباً، فإن أ جـ < ب جـ و $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$

ب -٢ < -١

-٢ × -٥ > -١ × -٥ ، -٢ ÷ -٧ ــــ -١ ÷ -٧

١٠ > ٥

أتعلّمُ: إذا كانت أ، ب أعداداً حقيقيّةً:

إذا كان أ < ب، وكان جـ عدداً سالباً، فإن أ جـ > ب جـ و $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$

مثال (٣):

أجدُ مجموعةَ حلِّ المتباينةِ: ٢ س < ٨ : س عددٌ حقيقيٌّ.

الحلّ: ٢ س < ٨

$\frac{١}{٢}$ × ٢س < $\frac{١}{٢}$ × ٨ (أضربُ كِلا الطّرَفَيْنِ في ($\frac{١}{٢}$))

س < ٤

مجموعة الحلّ: {س: س ∈ ح ، -∞ < س < ٤ }، أو س ∈] -∞ ، ٤ [

هل العدد -٥ يُحقّقُ المتباينة؟

مثال (٤):

أجدُ مجموعةَ حلِّ المتباينة: ٥ – ٣ س ≤ ١٧

الحلّ: ٥ – ٣ س ≤ ١٧

-٥ + ٥ – ٣ س ≤ -٥ + ١٧ (إضافة -٥ للطّرفين)

(- ٣ س ≤ ١٢) (الضّرب بِ ($\frac{-١}{٣}$))

($\frac{-١}{٣}$) × – ٣ س ≥ ١٢($\frac{-١}{٣}$)

س ≥ -٤ ....لماذا؟

ومنها: س ∈]- ∞، -٤]

تمارين ومسائل

١ أجدُ مجموعة حلّ المتباينات الآتية، وأُمثّلُ على خطّ الأعداد:

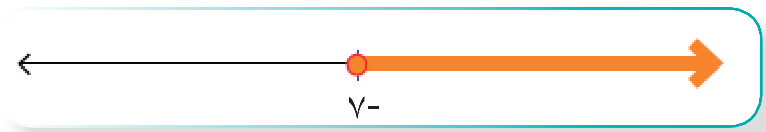
أ) س + ٨ ≤ ١٣

ب) ١١ < ل − ٦

ج) ٢ص -٤ > ٧

د) ٦ − ٤ع ≥ ع + ١

٢ أُعبّرُ بمتباينةٍ خطيّةٍ عن مجموعةِ الحلّ المُمَثّلةِ على خطّ الأعداد الآتي:



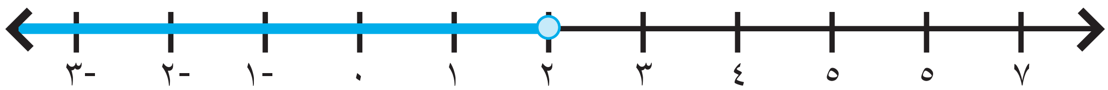
٣ أجدُ مجموعةَ الحلّ:

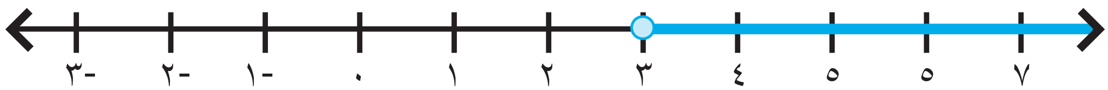
شاحنةٌ كتلتُها ١٥ طنّاً، وهي قائم (الحدّ الأعلى لها مع حمولتِها) ٣٣ طنّاً، فما جميعُ القِيَمِ الممكنةِ للحمولةِ (للكتلةِ المسموحِ بها)؟

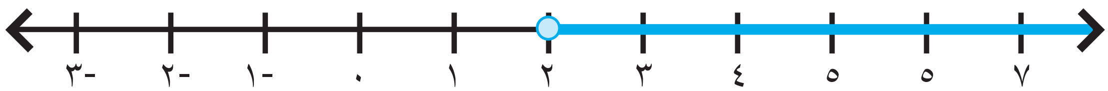
تمارينُ عامّة

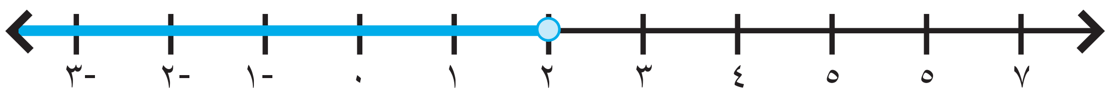
١ أضعُ دائرةً حول رمز الإجابة الصّحيحة فيما يأتي:

١ أيُّ منَ التمثيلات الآتية يُمثّلُ حلَّ المتباينة: ١٠ + ٣س ≤ ١٦؟

أ) 

ب) 

جـ) 

د) 

٢ ما المتباينةُ التي تُمثّلُ قِيَمَ ز إذا كانت ز تُمثّلُ الزّمنَ « بالساعات » الذي تحتاجُهُ هِبةُ لإنهاء اختبارٍ كُتِبَ عليه: «مدّةُ الاختبارِ ساعتان»، مع العلم أنه لا يجوز للطالب أن يغادر قاعة الإختبار قبل نصف ساعه ؟

أ) ٠,٥ ≤ ز ≤ ٢   ب) ٠,٥ ≤ ز < ٢

ج) ٠,٥ < ز ≤ ٢   د) ٠,٥ < ز < ٢

٣ ما الفترةُ التي تُمثّلُ المجموعة: {ع : ع ∈ ح ، ع ≤ ٩}؟

أ) [٩ ،∞ [ب)] ٩ ، ∞[ج)] - ∞، ٩ [د)] - ∞، ٩]

٤ ما العددُ الذي لا ينتمي للفترة:] - ∞ ، -٢]؟

أ) -٢ ب) -٣ ج) -١٠٠ د) -١

٢ أجدُ ناتجَ ما يأتي، وأُمثّلُهُ على خطّ الأعداد:

أ) [-٢ ، ٢ [∪]٢ ، ٣]

ب) [-٥ ، ∞ [∩ { س: س ∈ ح ، ٠ ≤ س < ١٠}

ج)]٥ ، ∞ [∪]-٥ ، ∞ [

د)]٥ ، ∞ [∩]-٥ ، ∞ [

٣ درجةُ حرارةِ جسمِ الجملِ الطبيعيّةِ ٣٦,٥ سْ في الصّباح، فإذا لم يشربِ الماءَ حتى الظُّهرِ ترتفعُ درجةُ حرارةِ جسمِهِ إلى ٤٠ سْ على الأقلّ، أكتبُ متباينةً تُمثّلُ درجةَ حرارةِ جسمِ الجملِ عند الظُّهر،إذا لم يشربْ ماءً.

٤

الوحدة الرابعة

التشتت

نَظَّمَ المجلسُ الأعلى للشّبابِ والرّياضةِ ماراثون فِلَسطينَ الدّوْليّ بِنُسختِهِ السّادسةِ عام ٢٠١٨م، تحتَ عنوان (اركضوا للحريّة).

أتأمّلُ وَأَصِفُ: تَجمُّعَ المشاركينَ عندَ نقطةِ البدايةِ، وانتشارَهمْ خلالَ المسارِ الّذي يقطعونَهُ وُصولاً لخطّ النّهايةِ.

يُتوقَّعُ من الدارسين بعد الانتهاء من دراسةِ هذه الوَحْدةِ، والتّفاعُلِ معَ أنشطتِها أنْ يكونوا قادرينَ على توظيفِ مقاييسِ التّشتُّتِ للبياناتِ المفردةِ في الحياة، من خلال تحقيقِ الآتي:

١ التّعرُّفِ إلى مفهوم التّشتُّت.

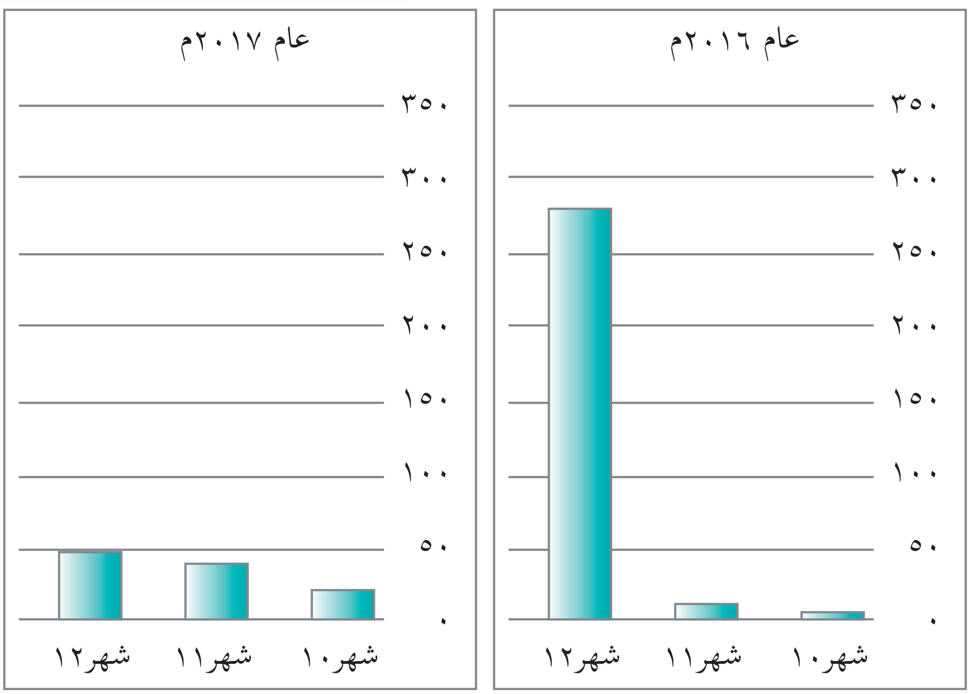
٢ التّعرُّف إلى مقاييسِ التّشتُّت (المدى، التّبايُن، الانحراف المعياريّ)، وإيجادها للبيانات المفردة.

٣ توظيفِ مقاييسِ التّشتُّتِ في مواقفَ حياتيّةٍ وحلّ المشكلات.

(٤-١): التّشتُّتُ

نشاط (١):

تتميّزُ فِلَسطينُ بتنوُّعِ أقاليمِها المُناخيّة رغمَ صِغَرِ مِساحتِها، ويؤثّر الموقعُ في توزيعِ الأمطارِ. الأعمدةُ البيانيّةُ الآتيةُ تُمثّلُ كميّةَ الأمطارِ السّاقطةِ بالملمترات «ملم»، في إحدى محطّاتِ قياسِ الأمطارِ في محافظةِ طولكرمَ لثلاثةِ أشهرٍ من عامَي ٢٠١٦م، ٢٠١٧م. أتأمّلُ الأعمدةَ وأُكملُ بما يُناسِبُ الفراغاتِ التي تَليها:



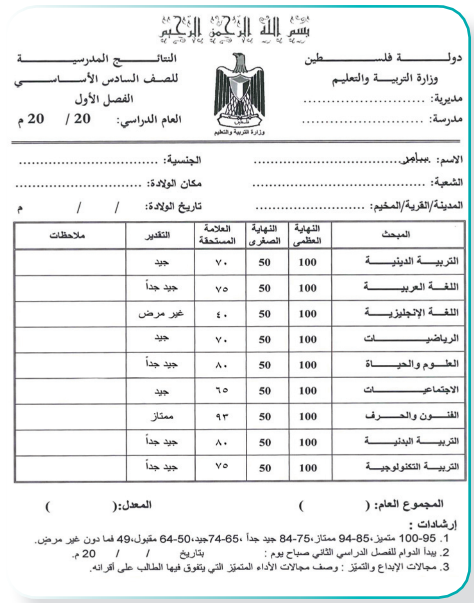
تنحصرُ كميّةُ الأمطارِ في الأشهر الثلاثةِ من عام ٢٠١٧م بين ٢٠ ملم و ------ ملم.

تَتَفاوَتُ كميّةُ الأمطارِ في الأشهرِ الثلاثةِ من عام ٢٠١٦م بين ٥ ملم إلى ٢٨٠ ملم.

أيُّهما أكثرُ تفاوُتاً في بيانات الأمطارِ في الأشهرِ الثلاثةِ من ٢٠١٦م، أم ٢٠١٧م ------.

نشاط (٢):

الشّكلُ الآتي يُمثّلُ صُورَ شهاداتِ الفصلِ الأوّل للطالبَينِ: سامر وكريم، من الصفّ الخامس، أَكْمِلِ الفراغاتِ التي تلي الصّورةَ بما يُناسبها:



بسم الله الرحمن الرحيم

دولــة فلســطين
وزارة التربيــة والتعليم
مديرية: ....
مدرسة: ....

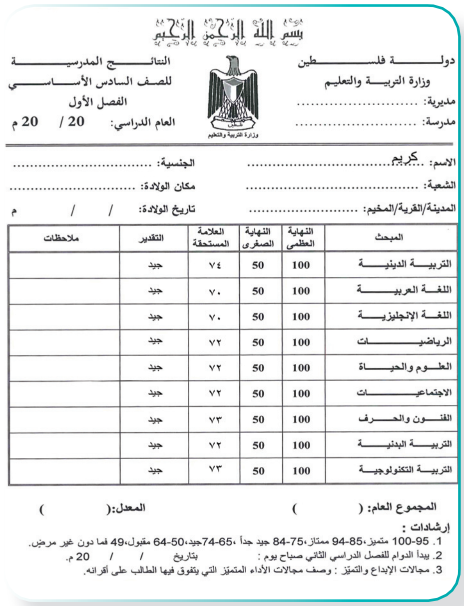
النتائــج المدرسيــة
للصف السادس الأساسي
الفصل الأول
العام الدراسي: 20 / 20 م

الاسم: سامر .... الجنسية: ....
الشعبة: .... مكان الولادة: ....
المدينة/القرية/المخيم: .... تاريخ الولادة: / / م

المبحث	النهاية العظمى	النهاية الصغرى	العلامة المستحقة	التقدير	ملاحظات
التربية الدينية	100	50	٧٠	جيد	
اللغة العربية	100	50	٧٥	جيد جداً	
اللغة الإنجليزية	100	50	٤٠	غير مرض	
الرياضيات	100	50	٧٠	جيد	
العلوم والحياة	100	50	٨٠	جيد جداً	
الاجتماعيات	100	50	٦٥	جيد	
الفنون والحرف	100	50	٩٣	ممتاز	
التربية البدنية	100	50	٨٠	جيد جداً	
التربية التكنولوجية	100	50	٧٥	جيد جداً	

المجموع العام: (   ) المعدل: (   )

إرشادات:
1. 100-95 متميز، 94-85 ممتاز، 84-75 جيد جداً، 74-65 جيد، 64-50 مقبول، 49 فما دون غير مرضٍ.
2. يبدأ الدوام للفصل الدراسي الثاني صباح يوم : بتاريخ / / 20 م.
3. مجالات الإبداع والتميز : وصف مجالات الأداء المتميز التي يتفوق فيها الطالب على أقرانه.



بسم الله الرحمن الرحيم

دولــة فلســطين
وزارة التربيــة والتعليم
مديرية: ....
مدرسة: ....

النتائــج المدرسيــة
للصف السادس الأساسي
الفصل الأول
العام الدراسي: 20 / 20 م

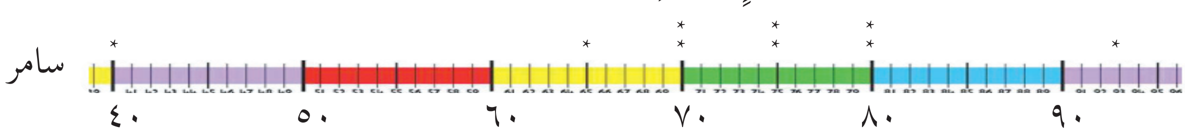
الاسم: كريم .... الجنسية: ....
الشعبة: .... مكان الولادة: ....
المدينة/القرية/المخيم: .... تاريخ الولادة: / / م

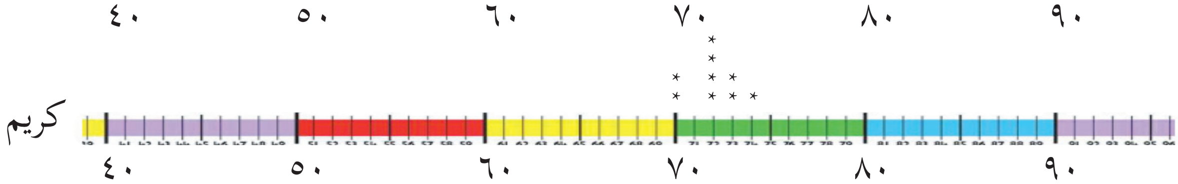
المبحث	النهاية العظمى	النهاية الصغرى	العلامة المستحقة	التقدير	ملاحظات
التربية الدينية	100	50	٧٤	جيد	
اللغة العربية	100	50	٧٠	جيد	
اللغة الإنجليزية	100	50	٧٠	جيد	
الرياضيات	100	50	٧٢	جيد	
العلوم والحياة	100	50	٧٢	جيد	
الاجتماعيات	100	50	٧٢	جيد	
الفنون والحرف	100	50	٧٣	جيد	
التربية البدنية	100	50	٧٢	جيد	
التربية التكنولوجية	100	50	٧٣	جيد	

المجموع العام: (   ) المعدل: (   )

إرشادات:
1. 100-95 متميز، 94-85 ممتاز، 84-75 جيد جداً، 74-65 جيد، 64-50 مقبول، 49 فما دون غير مرضٍ.
2. يبدأ الدوام للفصل الدراسي الثاني صباح يوم : بتاريخ / / 20 م.
3. مجالات الإبداع والتميز : وصف مجالات الأداء المتميز التي يتفوق فيها الطالب على أقرانه.

- الوسطُ الحسابيُّ لعلاماتِ سامر= $\frac{٧٠+٧٥+ \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad +٧٥}{٩} = ٧٢$
- الوسطُ الحسابيُّ لعلاماتِ كريم= $\frac{٧٤+٧٠+ \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad +٧٣}{٩}$ =------
- ما العلاقةُ بينَ الوسطِ الحسابيّ لعلاماتِ سامرٍ والوسط الحسابي لعلامات كريمٍ؟ ------.
- لَمْ ينجحْ سامرٌ في مادّةِ ------، بينما نجحَ في باقي المباحث، وعلاماتُه متباعدةٌ عن بعضِها بعضاً، فمنها بتقدير الممتاز والجيّد جداً والجيّد و-------.
- نجحَ كريمٌ في جميعِ المباحثِ، وعلاماتُهُ متقاربةٌ، وجميعُها بتقدير -------.
- يُمكنُ تمثيلُ علامةِ كلٍّ منْ كريمٍ وسامرٍ على خطّ الأعدادِ، كما في الشّكل الآتي:





- أيُّ العلاماتِ أقلُّ تَشتُّتاً، علاماتُ سامرٍ أم علاماتُ كريمٍ؟ ------.
- أجدُ «أكبر علامة – أصغر علامة» للطالبِ سامرٍ = ---- - ---- = ----.
- أجدُ «أكبر علامة – أصغر علامة» للطالبِ كريمٍ = ---- - ---- = ----.
- ألاحظُ أنّ مدى مجموعةِ علاماتِ ----- أكبرُ منْ مدى مجموعةِ علاماتِ -----.

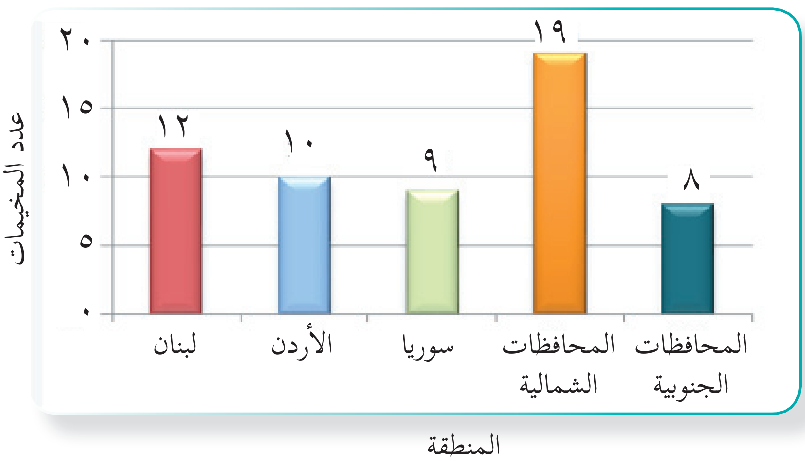
أتعلّمُ: ١) التّشتُّتُ هو درجةُ انحرافِ البياناتِ عنِ الوسطِ الحسابيّ.

٢) المدى مِن أبسطِ مقاييسِ التّشتُّت، وهو الفرقُ المُطْلَقِ بينَ أكبرِ قيمةٍ وأصغرِ قيمة:

المدى = أكبر مفردة – أصغر مفردة.

نشاط (٣):

تُمثّلُ الأعمدةُ البيانيّةُ الآتيةُ أعدادَ مخيّماتِ اللاجئينَ الفِلَسطينيّينَ، وفقَ منطقةِ الإقامةِ من خلالِ بياناتِ وكالةِ الغَوْث. أُكملُ ما يأتي:

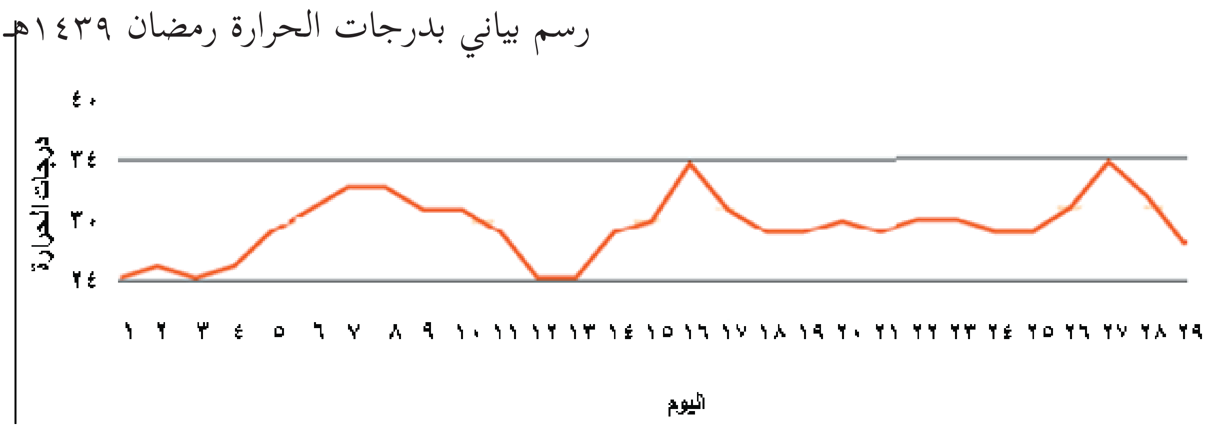


- مجموعُ أعدادِ المخيّماتِ الفِلَسطينيّةِ وَفقَ الأعمدةِ البيانيّةِ =١٢+١٠+ --- + --- + --- = ---.
- أكبرُ عددٍ للمخيّماتِ في منطقةِ -------- ، ويبلغُ عددُها ----.
- أقلُّ عددٍ للمخيّمات في منطقة -------- ، ويبلغ عددُها ----.
- المدى = أكبر مفردة – أصغر مفردة

المدى = ---- – ---- = ----.

نشاط (٤):

التّمثيلُ في الشّكل الآتي يُبيّنُ درجاتِ الحرارةِ لشهرِ رمضانَ لعام ٢٠١٨م في مدينةِ القدسِ، أُكملُ ما يأتي:



كانَ عددُ أيّامِ شهرِ رمضانَ في هذه السّنة --------

- أعلى درجةِ حرارةٍ في الشّهرِ عندَ اليوم ١٦، وبلغتْ ----، وكذلك اليوم ---- وبلغتْ ---- درجة.
- أقلُّ درجةِ حرارةٍ في الشّهر عند يوم١، يوم٣ ، ويوم ---- ويوم ---- وبلغت ---- درجة.
- المدى = ---- – ---- = ----.

نشاط (٥):

بِهدفِ دراسةِ ملاءمةِ أطوالِ الطّلبةِ إلى كُتلهم، قامتْ اللجنةُ الصّحيّةُ في مدرسةِ الوَحْدةِ بقياسِ وتسجيلِ أطوالِ جميعِ الطّلّابِ لِأقْرَبِ سنتمتر، إذا كانَ مدى بياناتِ الأطوالِ المُسجّلةِ ٢٣ سم، وكانَ طولُ أقصرِ طالبٍ في المدرسة ١٤٣سم، أُكمِلُ ما يأتي لإيجادِ طولِ أطولِ طالبٍ في هذه المدرسة:

- المدى = أكبر مفردة – أصغر مفردة
- ---- = س - ---- ، حيث س أكبر مفردة، وهي طولُ أطول طالب.
- س = ١٤٣ + ---- = ----.

أُفكّرُ وأُناقشُ: هل يمكنُ أنْ يكونَ المدى عدداً سالباً؟

تمارينُ ومسائلُ

١ يُمثّلُ الجدولُ الآتي عددَ معاصرِ الزّيتونِ العاملةِ في فِلَسطينَ، وفقَ المُحافظةِ لسنة ٢٠١٦م، وذلك وفقَ بياناتِ الجهازِ المركزي للإحصاءِ الفلسطيني، أوجدِ المدى للبياناتِ في الجدولِ:

المحافظة	جنين وطوباس	طولكرم	نابلس	قلقيلية	سلفيت	رام الله والبيرة	القدس	بيت لحم	الخليل	غزة	دير البلح	خانيونس ورفح
عدد المعاصر	٥٩	٣٥	٤٠	١٥	٢٦	٣٤	٤	٧	٢٥	١٠	٩	١٠

٢ أوجدِ المدى للمفردات في كلٍّ ممّا يأتي:

أ ٨، ٨، ٨، ٨، ٨

ب ٣، -٢، ٤، ١٣

٣ بالاعتمادِ على مجموعتَي البياناتِ الآتيةِ، أيُّهما أكثرُ تَشتُّتاً: مفرداتُ المجموعةِ الأولى أم الثّانيةِ؟

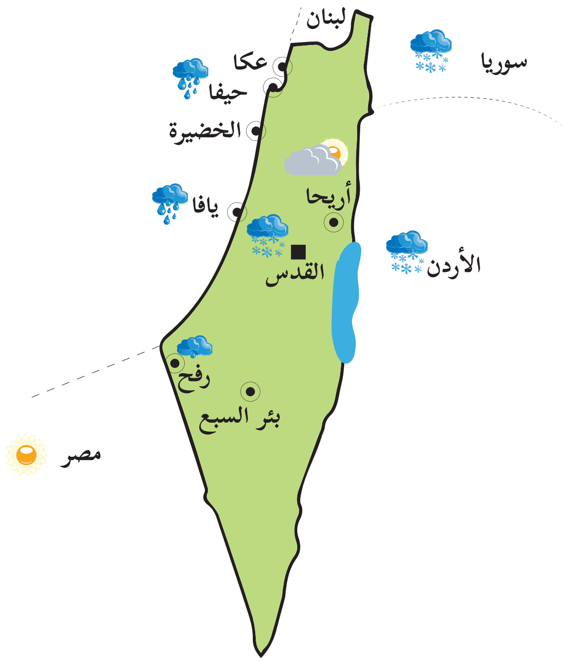
المجموعة الأولى: ٨١، ٨٣، ٨٥، ٨٩

المجموعة الثّانية: ٥، ١٢، ٢١، ٣٣

(٤-٢) التّباينُ والانحرافُ المعياريّ

نشاط (١):

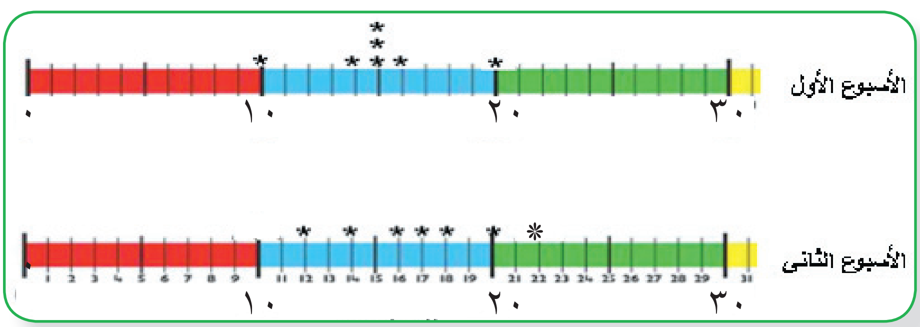
يُمثّلُ الجدولُ الآتي مجموعتَي درجاتِ الحرارةِ في أسبوعيْن متتاليَيْن في إحدى المدنِ الفِلَسطينيّةِ لشهر آذار، أُكملُ ما يأتي:



اليوم / الأسبوع	الأول	الثاني
الأحد	١٠	٢٢
الإثنين	١٤	٢٠
الثلاثاء	١٥	١٨
الأربعاء	١٥	١٧
الخميس	١٥	١٦
الجمعة	١٦	١٤
السبت	٢٠	١٢

- مدى درجاتِ الحرارة للأسبوع الأوّل = ٢٠ - ---- = ----.
- مدى درجاتِ الحرارة للأسبوع الثاني = ---- - ---- = ----.
- ما العلاقةُ بين مدى درجاتِ الحرارةِ للأسبوعيْن؟ ---------.

ألاحظُ أنّه رغمَ تساوي المَدى لِكِلا المجموعتَيْن، إلّا أنّ هذا لا يعني أنّ لهما طبيعةَ التّشتُّتِ نفسه.



يُمكنُ أحياناً ملاحظةُ مقدارِ التّشتّتِ من خلالِ التمثيلِ على خطّ الأعداد.

أُلاحظُ أنّ تشتّتَ درجاتِ الحرارةِ للأسبوع ------ أقلُّ منها للأسبوع ------.

ملاحظة: يتأثّرُ المَدى بالقِيَمِ المتطرّفة من المفردات: «أكبر قيمة وأصغر قيمة»، ويهملُ طبيعةَ انتشارِ البياناتِ الأخرى؛ لذلكَ نستخدمُ مقاييسَ أخرى للتّشتُّتِ تُراعي جميعَ المفردات، مثل: التبايُن والانحراف المعياريّ، فهي تُعطي وصفاً أفضلَ من المدى لقياسِ التّشتُّت.

تعريف: يُعرَّفُ التّبايُنُ بأنّهُ مجموعُ مربّعاتِ انحرافاتِ القِيَمِ عنْ وسطِها الحسابيّ، مقسوماً على عددِ القِيَمِ، ويُرمَزُ له بالرّمز $\sigma^{٢}$:

$$\sigma^{٢} = \frac{\sum (س - \bar{س})^{٢}}{ن} \quad \text{أو الصّيغة:} \quad \sigma^{٢} = \frac{\sum س^{٢} - ن\,\bar{س}^{٢}}{ن}$$

حيث: س المفردة، و " $\bar{س}$ " هو الوسطُ الحسابيّ للمفردات؛ ن عدد المفردات.

ويُعرّفُ الانحرافُ المعياريّ بأنّهُ الجذرُ التّربيعيّ للتّبايُن ويرمز له بالرمز σ.

نشاط (٢):

أُكملُ لإيجادِ التّبايُنِ لكلٍّ منْ درجاتِ الحرارةِ للأسبوعَين: الأوّلِ والثّاني في النّشاط(١):

الأسبوع / اليوم	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت
الأول	١٠	١٤	١٥	١٥	١٥	١٦	٢٠
الثاني	٢٢	٢٠	١٨	١٧	١٦	١٤	١٢

أجدّ التّباينَ لدرجاتِ الحرارةِ في الأسبوع الأوّل:

أولاً: أجدُ الوسطَ الحسابيَّ لبياناتِ الأسبوعِ الأول: $\overline{س} = \frac{\sum س}{ن} =$

$$\overline{س} = \frac{١٠+\quad+\quad+\quad+\quad+\quad+}{٧} = ١٥$$

ثانياً: أرمزُ للمفردةِ بالرّمز «س» ، وأُكوِّن جدولاً مناسباً لإيجاد مجموعِ مربّعات المفردات، ويُكتبُ جبريّاً ($\sum س^٢$).أكوّنُ الجدول:

س	١٠	١٤				١٦	٢٠	
$س^٢$	١٠٠	١٩٦						$\sum س^٢ = ١٦٢٧$

ثالثاً: أجدُ التّباين: $\sigma^٢ = \frac{\sum س^٢ - ن\ (\overline{س})^٢}{ن}$

$$\sigma^٢ = \frac{١٦٢٧ - ٧ \times (\quad)^٢}{(\quad)} = \frac{١٦٢٧ - ١٥٧٥}{(\quad)} = \frac{٥٢}{(\quad)} \approx ٧,٤٣$$

أجدُ التّباينَ لدرجات الحرارةِ في الأسبوعِ الثّاني:

أوّلاً: أجدُ الوسطَ الحسابيَّ لبياناتِ الأسبوعِ الثّاني:

$$\overline{س} = \frac{٢٢+\quad+\quad+\quad+\quad+\quad+١٢}{(\quad)} = ١٧$$

ثانياً: أرمزُ للمفردةِ بالرّمز «س»، وأُكوِّن جدولاً مناسباً لإيجاد ($\sum س^٢$):

س	٢٢						١٢	
$س^٢$								$\sum س^٢ =$ -----

ثالثاً: أجدُ التّباين: $\sigma^2 = \frac{\sum س^2 - ن \bar{س}^2}{ن}$

$$\sigma^2 = \frac{(\quad) - ٧ \times (\quad)^2}{٧} = \frac{(\quad) - (\quad)}{٧} = \frac{(\quad)}{٧} = \_\_\_$$

- ألاحظُ أنّ تبايُنَ درجاتِ الحرارةِ في الأسبوع ----- أكبرُ من تبايُنِ درجاتِ الحرارةِ في الأسبوع ----.
- هل ينطبقُ ذلك معَ إجابتِكَ التي حصلتَ عليها من التمثيلِ على خطِّ الأعداد المبيَّنِ في نشاط (١) للبيانات نفسِها؟

مثال (١):

أجدُ الانحرافَ المعياريّ لتسعِ مفردات، إذا كانَ: $\sum(س - \bar{س})^2 = ١٤٤$

الحل: بما أنّ $\sum (س - \bar{س})^2$ معلومٌ نستخدمُ صيغةَ التّباين:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (س - \bar{س})^2}{ن} = \frac{١٤٤}{٩} = ١٦$$

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{١٦} = ٤$

ملحوظة: التعبير $\sum (س - \bar{س})^2$ المذكور في أحدِ صيغِ التّباينِ يُعبّرُ عن مجموعِ مربّعاتِ انحرافِ القِيَمِ عن وسطها الحسابيّ.

نشاط (٣):

أُخِذَتْ عيّنةٌ من ١٠ قطعِ شوكولاتة من مصنعِ القدسِ؛ للتّأكّدِ من مواصفاتِ الكتلة المطلوبة، فكانتْ كتلةُ القِطَعِ بالغرام كما يأتي:

٩، ١١، ٨، ٩، ١٠، ٩، ٩، ١٠، ٨، ٧. أُكملُ لإيجاد الانحراف المعياريّ لهذه الكُتَل.

أولاً: أجدُ الوسطَ الحسابيّ للمفردات:

$$\overline{\text{س}} = \frac{٩ + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad}{١٠} = ٩$$

ثانياً: أرمزُ للمفردةِ بالرمز «س» ، ونكوّنُ جدولاً مناسباً لإيجاد: $\sum (\text{س} - \overline{\text{س}})^٢$.

- أكوّنُ جدولاً من ثلاثة صفوف، نكتبُ في الصفّ الأول المفردات «س».
- في الصف الثاني س - $\overline{\text{س}}$ وهو ما يُعبَّرُ عنه بانحراف القِيَم عن وسطه الحسابيّ.
- والصفّ الثّالث مربّع الصفّ الثّاني مربّعات انحرافِ القِيَمِ عن وسطِها الحسابيّ $(\text{س} - \overline{\text{س}})^٢$.

س	٩	١١								٧	
$(\text{س} - \overline{\text{س}})$	٠	٢	١-	٠					١-	٢-	
$(\text{س} - \overline{\text{س}})^٢$	٠	٤	١								$\sum (\text{س} - \overline{\text{س}})^٢ = ١٢$

ثالثاً: أجدُ التّباين $\sigma^٢ = \frac{\sum (\text{س} - \overline{\text{س}})^٢}{\text{ن}}$

التباين $\sigma^٢ = \frac{(\quad)}{١٠} = ١,٢$ ، الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{١,٢}$

أُكملُ الفراغاتِ لإيجادِ مجموعِ القِيَمِ في الصفّ الثّاني من الجدول السابق $\sum (\text{س} - \overline{\text{س}})$
وهو ما يُعبَّرُ عنهُ بمجموعِ انحرافاتِ القِيَمِ عنْ وسطِها الحسابيّ، ماذا تلاحظ؟

$\sum (\text{س} - \overline{\text{س}})$ = ٢+٠+ --- + --- + --- + --- + --- + --- + --- + --- = ------

إذن $\sum (\text{س} - \overline{\text{س}})$ = -----

أتعلّمُ: مجموعُ انحرافات القِيَمِ عن وسطها الحسابيّ يساوي صفراً، ويُعبَّرُ عن ذلك جبريّاً:

$\sum (\text{س} - \overline{\text{س}})$ = صفر

نشاط (٤):

القِيَمُ: (٧، ١٢، - ٨، -١٣، ١٤، س) تُمثّلُ انحرافاتِ مفرداتٍ عن وسطها الحسابيّ، أُكملُ لإيجادِ قيمةِ «س»:

مجموعُ انحرافاتِ القِيَمِ عن وسطِها الحسابيّ يساوي صفراً

٧ + ---- + ---- + -١٣ + ١٤ + س = ٠

١٢ + س = ٠

إذن س = ----.

تمارينُ ومسائلُ

١ الجدولُ الآتي يبيّنُ عددَ الحصصِ المقرّرةِ في الأسبوع، لكلِّ مبحثٍ من مباحثِ الصفّ الثّاني الأساسيّ، وفقَ المنهاجِ الفِلَسطينيّ الجديد لعام ٢٠١٨م، أوجدِ التّباينَ والانحرافَ المعياريّ لعدد الحصص:

المبحث	التربية الإسلاميّة	اللغة العربيّة	اللغة الإنجليزيّة	الرياضيّات	التربية الوطنيّة والحياتيّة
عدد الحصص	٣	١٠	٣	٦	٦

٢ عند إيجادِ الانحرافِ المعياريّ لعشرِ مفردات، فإذا كان $\sum$ س^{٢}= ٤٥٠، وكان الوسطُ الحسابيّ للمفردات هو ٦، أجدُ الانحرافَ المعياريَّ لمجموعة المفردات.

٣ القِيَمُ (س، ٧ ، -٣، ٤، ١) تُمثّلُ انحرافاتِ مفرداتٍ عن وسطها الحسابيّ، أجد قيمة س.

٤ أكتبُ قيمةً للمتغيّر س، ليكونَ الانحرافُ المعياريُّ للمفردات: (س، ٤، ٤، ٤) أقلَّ ما يُمكن.

تمارينُ عامّة

١ أضعُ دائرةً حول رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ فيما يأتي:

١ أيٌّ منَ المقاييسِ الآتيةِ **ليستْ** من مقاييسِ التّشتُّت؟

أ) المدى. ب) الانحراف المعياريّ. جـ) التبايُن. د) الوسط الحسابيّ.

٢ ما مدى المفردات الآتية: ٣٢، ١٢، ٢٢، ٢٤، ١٥؟

أ) ١٢ ب) ١٧ جـ) ٢٠ د) ٣٢

٣ ما مجموعُ انحرافاتِ القِيَمِ عنْ وسطِها الحسابيّ لأيّةِ مجموعةٍ عدديّة؟

أ) -٢ ب) ٠ جـ) ١ د) ٢

٤ إذا كانت قيمةُ التّباينِ لمجموعةٍ من المفردات ٩، فما قيمةُ الانحرافِ المعياريّ؟

أ) ٣ ب) ٤,٥ جـ) ٩ د) ٨١

٥ إذا كانَ مدى خمسةِ مفرداتٍ مرتّبةٍ تصاعديّاً (س، ٩، ١٢، ٢٠، ٢٨) هو ٢٠، فما قيمةُ س؟

أ) ٨ ب) ٩ جـ) ٢٠ د) ٢٨

٦ أيٌّ منَ المجموعاتِ الآتيةِ أقلُّ تشتُّتاً؟

أ) ٢، ٣، ٤ ب) ١، ٦، ١٠ جـ) ٣، ٤، ١٢ د) ٧، ٧، ٧

٢ لَدى جميلٍ مزرعةُ أرانب، فإذا كانت كتل ثمانيةِ أرانبَ منها لأقرب كيلوغرام كما يأتي: ٥، ٤، ٥، ٦، ٣، ٤، ٣، ٢ .أجدُ التّباينَ والانحرافَ المعياريّ لمجموعةِ كُتَلِ الأرانب.

٣ القِيَمُ (-٨، ٧، س، ١٠، ٢س) تُمثّلُ انحرافاتِ مفرداتٍ عن وسطِها الحسابيّ، أجدُ «س».

٤ أجدُ الانحرافَ المعياريَّ لعينه مكونه من ٥ مفردات، إذا كان: $\sum$ (س - $\overline{\text{س}}$)^2= ٨٠ .

٥

الوحدة الخامسة

الجبر ٢

أتأمّلُ المِعمارَ الذي يتّصِفُ بالأقواسِ في خانِ العمدانِ في مدينةِ عكّا، وأناقشُ العلاقةَ بينَ عددِ الأقواسِ وكميّةِ الضَّوءِ التي تدخلُ البناءَ.

يُتوقَّعُ منَ الدارسينَ بعد دراسةِ هذهِ الوَحدةِ، والتّفاعُلِ معَ أنشطتِها أنْ يكونوا قادرينَ على توظيفِ العلاقاتِ والاقتراناتِ في مواقفَ حياتيّةٍ، وذلك من خلال تحقيقِ الآتي:

١ التّعرُّفِ إلى مفهوم العلاقة.

٢ التّعرُّفِ إلى المجال والمدى وإيجادهما.

٣ التّعرُّفِ إلى مفهوم الاقتران.

٤ إيجاد صورة العنصر في الاقتران.

٥ التّعرُّفِ إلى الصورة العامّة لكثير الحدود.

٦ التّعرُّفِ إلى درجة كثير الحدود وتحديدها.

٧ إيجادِ ناتج العمليّات: (جمع، طرح، ضرب) كثيري حدود.

٨ إيجادِ ناتج ضرب كثير حدود بعددٍ حقيقيّ.

٩ تحديدِ درجة كثير حدود ناتجٍ من جمعٍ أو طرحٍ أو ضربِ كثيري حدود.

١٠ التّعرُّفِ إلى الاقتران النسبيّ.

(٥-١): العلاقات

نشاط(١):

تعملُ البلديّاُت على ترشيد استهلاك الطّاقة، ولأغراضِ دراسةِ كفاية الكّهرباءِ في إحدى البلديّات الفِلَسطينيّة، تمّ رَصْدُ الطّاقةِ المُستهلَكةِ في أحد المنازل وعددِ المصابيح المُضاءة، فكانت النتائج كما في الجدول الآتي:

عدد المصابيح	٨	٦	٥	٤	٣
الطاقة المستهلكة/بالكيلوواط	٦	٥	٤,٥	٣	٢,٥

الطّاقةُ المُستهلَكَةُ عند إضاءةِ ٦ مصابيح تساوي ٥ كيلو واط .

الطّاقةُ المُستهلَكَةُ عند إضاءةِ ٥ مصابيح تساوي ________ كيلو واط .

الطّاقةُ المُستهلَكَةُ عند إضاءةِ ٣ مصابيح تساوي ________ كيلو واط .

أُكملُ تمثيلَ العلاقةَ السّابقةِ على شكلِ أزواجٍ مرتّبة:{ (٨،٦)،(٦،٥)،(٥،٤,٥)، ___، ____ }

أتعلّمُ: العلاقةُ ع هي ارتباطٌ بين مجموعتين، أو هي أيّ مجموعة من الأزواج المرتّبة.

إذا كانت(س، ص) ∈ ع، فإنّنا نكتبُ: ع(س) = ص، وتُسمّى ص صورةُ العنصرِ س في العلاقة ع.

نشاط (٢):

كلّما تعمّقَ الغوّاصُ في الماءِ زادَ الضغطُ على جسمِهِ، وفقَ المعادلة:

الضغط = كثافة الماء × تسارُع الجاذبيّة الأرضيّة × عمق الماء

ض = ث× ج × ل ، عِلماً بأنّ كثافةَ الماءِ (ث)، وتسارُعَ الجاذبيّةِ الأرضيّةِ (ج) ثوابت.

أُكملُ الجدولَ الآتي:

عمق الماء (ل) بوحدة المتر	الضغط (ض) بوحدة الباسكال
١٠	١٠٠٠×١٠ × ١٠ = ١ ×$١٠^{٥}$
٢٠	١٠٠٠×١٠×٢ × ١٠ = ٢×$١٠^{٥}$
٣٠	١٠٠٠×١٠×٣ × ١٠ = ٣×$١٠^{٥}$
٤٠	١٠٠٠×١٠×٤ × ١٠ = ٤×$١٠^{٥}$
٥٠	١٠٠٠×١٠×٥ × ١٠ = ٥×$١٠^{٥}$

نلاحظُ أنّ كلَّ قيمةٍ من قِيَمِ الضّغطِ ترتبطُ بقيمةٍ معيّنةٍ من قِيَمِ عُمقِ الماء؛ أيّ أنّه توجد علاقةٌ بينها.

أُكملُ المجموعاتِ الآتيةَ:

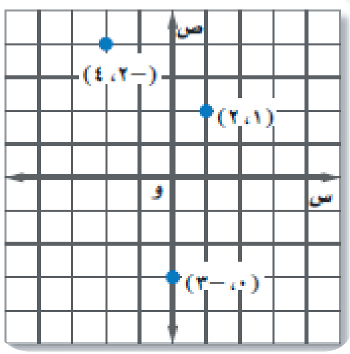
مجموعةُ الإحداثيّاتِ السينيّة للعلاقة ع = {١٠،٢٠، ___ ،٤٠،٥٠}

مجموعةُ الإحداثيّاتِ الصاديّة للعلاقة ع = {١٠٠٠٠٠، ٢٠٠٠٠٠،٣٠٠٠٠٠، ٤٠٠٠٠٠، ____ }

أتعلّمُ: مجال العلاقة: مجموعةُ الإحداثيّاتِ السّينيّةِ لها.

مدى العلاقة: مجموعةُ الإحداثيّاتِ الصّاديّة لها.

نشاط (٣):



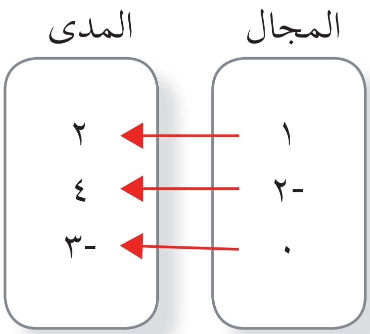
أُمثّلُ العلاقةَ: أ = { (١ ، ٢) ، (-٢ ، ٤) ، (٠ ، -٣) }

على المستوى الديكارتي، ثمّ أُكملُ لكتابةِ المجال والمدى

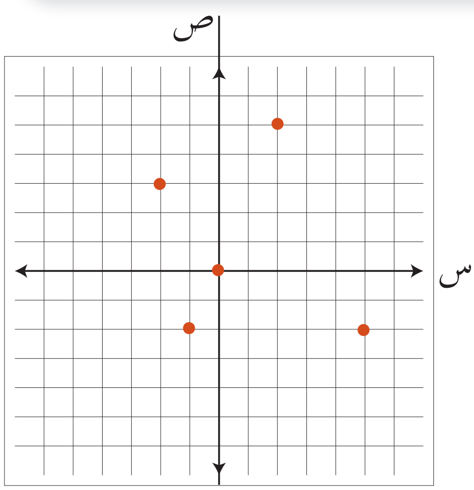
المجال = { ١ ، __، __ }

المدى = { __ ، __ ، __ }

يمكنُ تمثيلُ العلاقةِ السابقةِ بِمخطّطٍ سهميّ كالآتي:



نشاط (٤):



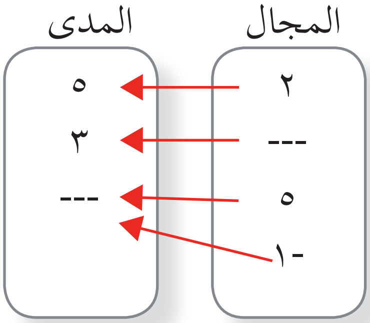
لِتكُنْ ع = { (٢ ، ٥) ، (-٢ ، ٣) ، (٥ ، -٢)

(-١ ، -٢) }

أُمثّلُ العلاقةَ ع على المستوى الدّيكارتي وبِمُخطّطٍ سهميّ.

التمثيلُ على المستوى الدّيكارتي للعلاقة ع

أُكملُ المخطّط َالسهميّ للعلاقة ع:



مجال العلاقة ع = {   }

مدى العلاقة ع = {   }

ملحوظة: العدد -٢ لا يتكرّر في عناصر المدى، لماذا؟

تمارين ومسائل

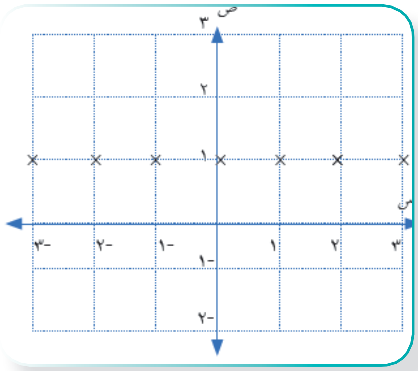
١ أكتبُ الزّمنَ بالدّقائق للألعاب الآتية: كرة القدم، كرة السلة، كرة اليد، ثم أكتبُ العلاقةَ على شكلِ أزواجٍ مرتّبة، التي مسقطُها الأوّلُ اللعبةُ والمسقطُ الثّاني الزّمنُ بالدقائق، ثمّ أكتبُ مجال هذه العلاقة ومداها.

٢ أمثّلُ كلّاً من العلاقات الآتية على المستوى الديكارتي وبمخطّطٍ سهميّ، ثمّ أجدُ كلّاً من مجالها ومداها:

أ = { (١، ١) ، (١ ، -١) ، (-١ ، ١) ، (-١ ، -١) }

ب = { (٤، ٠) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، -٥) ، (٤ ، -٣) }

٣ مُثِّلَتِ العلاقةُ ع على المستوى الديكارتي كما في الشكل المجاور.



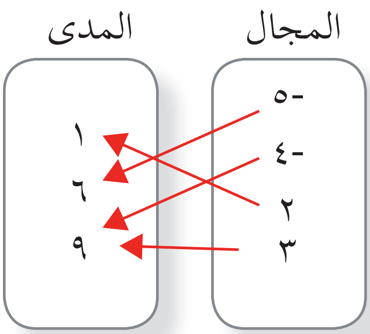
أكتبُ عناصرَ العلاقةِ ع، ثمّ أجدُ كلّاً من مجالها ومداها.

٤ أُمثّلُ كلَّ علاقةٍ فيما يأتي على صورةِ مجموعةٍ من الأزواج المرتّبة، وأُحدّدُ كلّاً من مجالها ومداها:

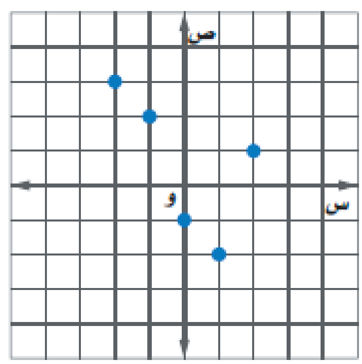
أ)

س	ص
٤	١-
٨	٩
٢-	٦-
٧	٣-

ب)



ج)



(٥-٢): الاقتران

نشاط (١):

تقومُ وزارةُ الدّاخليّةِ الفلسطينيّةُ بتنظيم سجلّاتِ المواطنين، بحيث يحملُ كلُّ مواطنٍ رقمَ هُويّةٍ خاصٍّ به، فتكون أسماءُ المواطنين هي المجال، وأرقام هُويّاتهم هي المجال المقابل. أكمل:

- أكتب اسمي -------------، رقم هُويّتي -------------
- اسم زميلي -------------، رقم هُويّته -------------
- هل لكلّ مواطن رقم هُويّةٍ محدّد؟
- هل يوجد مواطن له أكثر من رقم هُويّة فلسطينية؟

نشاط (٢):

التقى ٣ رجالٍ وسيّدتان من إحدى القرى الفِلَسطينيّة في دائرة تسجيل الأراضي لعمل طابو للأراضي التي يملكونها في قريتهم. قام موظّفُ التسجيلِ بعمل جدولٍ للأشخاص مع مِساحةِ أراضيهم.

الاسم	مساحة الأرض بالدونم
خالد	٣
محمد	١٠
مريم	٤
يوسف	١٢
ندى	٦

بالاعتماد على البيانات السابقة، أكمل:

أ مجال العلاقة هو ____________

ب مدى العلاقة هو ____________

جـ العلاقة على شكل أزواجٍ مرتّبة = {(خالد،٣)، --------}، ثم أُمثلها بمخطط سهمي.

د هل لكلِّ شخصٍ مِساحةٌ خاصّةٌ من الأرض يمتلكُها؟ أُفسّرُ.

هـ هل يوجدُ شخصٌ حُسِبَ له مرّتان من مِساحة الأرض التي يمتلكها؟

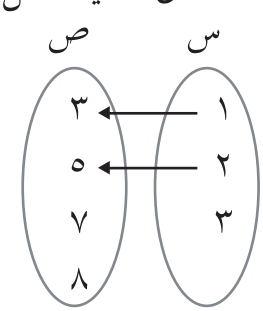
تعريف: الاقترانُ ق هو علاقةٌ من أ إلى ب، بحيث يرتبطُ كلُّ عنصرٍ من عناصر أ بعنصر واحد فقط من عناصر ب.

- تُسمّى المجموعةُ أ مجال الاقتران ق.
- تُسمّى المجموعةُ ب المجالَ المقابلَ للاقتران ق.
- تُسمّى مجموعةُ صور العناصر المدى؛ أي أنّ المدى $\subseteq$ المجال المقابل.
- إذا كانت (س، ص) $\in$ ق، فإنّنا نكتبُ:ق(س)= ص، وتُسمّى صورة العنصر س في الاقتران(ق).

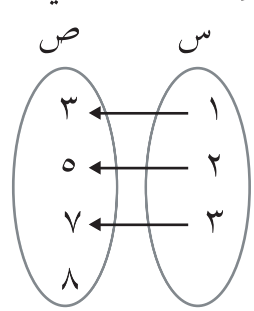
أُفكّرُ: هل تُمثّلُ العلاقةُ بين اسم الشخص ورقم هاتفه المحمول اقتراناً؟

نشاط (٣):

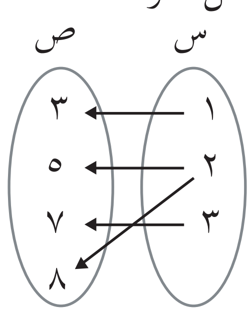
الأشكال الآتية تمثل علاقات؛ أُحدّدُ أيّاً منها تُمثّلُ اقتراناً.



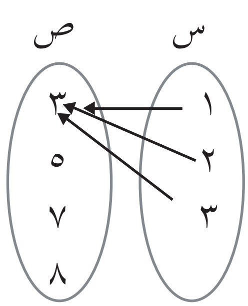
شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)



شكل (٤)

- العلاقة الأولى لا تُمثّلُ اقتراناً؛ لأنّ العنصر ٣ ليس له صورةٌ في المجال المقابل.

- العلاقة الثّانية ــــــ ؛لأنّ ــــــ في المجال له صورةٌ واحدةٌ فقط في المجال المقابل.

نلاحظُ أنّ: ق (١) = ٣

ق (٢) = ـــــ

ق (٣) = ـــــ

المدى = {   }، المجال المقابل = {   }

- العلاقة الثالثة ــــــ ؛ لأنّ العنصر ٢ في المجال له صورتان في المجال المقابل.

- العلاقة الرابعة ــــــ ؛ لأنّ -------------- في المجال له ــــــ ــــــ ــــــ ــــــ ــــــ .

أُفكّرُ وأناقشُ: كلُّ اقترانٍ علاقةٌ وليس كلُّ علاقةٍ اقتراناً.

نشاط(٤):

إذا كانت ص مجموعة الأعداد الصحيحة، وكان الاقتران ق:**ص** ⟵ **ص**،
حيث: ص = ق(س) = ٣س - ١ لكلّ س ∈ **ص**، أجدُ:

صورة كلٍّ من : ٢، -٢ ، ٠ ، ٣

ق (٢) = ٣ × ٢ - ١ = ـــــــــ   ق (-٢) = ٣ × -٢ -١ = ـــــــــ

ق (٠) = ـــــــــ = ـــــــــ   ق (٣) = ـــــــــ = ـــــــــ

ممّا سبق نلاحظُ أنّ الزّوجَ المرتّب (٢ ، ٥) يُحقّقُ قاعدة الاقتران، أذكرُ زوجاً آخر يحقّق قاعدةَ الاقتران.

أناقشُ: هل الأزواجُ المرتّبةُ الآتية: (١، ٣) ، (-١ ، ٤)، (٤ ، ١٣)، (-٤ ، -١٣) تُحقّقُ قاعدةَ الاقتران في نشاط (٤)؟ أُفسّرُ إجابتي.

نشاط (٥):

يتّسع وعاءٌ لكميّة محدّدة من الحبوب، وكتلتُه وهو فارغ ١,٣ كغم، أكتبُ قاعدة الاقتران الذي يُمثّل العلاقة بين كتلةِ الوعاءِ بعد التعبئة وكتلة الحبوب المعبَّأ في داخله.

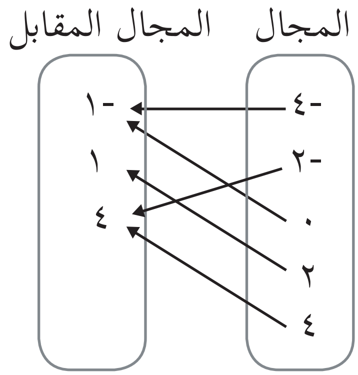
- أولاً: المعطيات كتلة الوعاء الفارغ = ________ كغم
- ثانياً: المطلوب إيجاد علاقة بين كتلة الحبوب داخل الوعاء وكتلة الوعاء بعد التعبئة.
- ثالثاً: الحل: نبدأ بتكوين جدول كالآتي:

كتلة الحبوب (كغم)	كتلة الوعاءِ بعد التعبئة(كغم)
١	١ + ١,٣ = ٢,٣
٢	
٣	
	٤ + ١,٣ = ______
س	س + ___ = س + ١,٣

تمارين ومسائل

١ أُحدّدُ العلاقةَ التي تُمثّلُ اقتراناً من الآتية، وأذكرُ السبب:

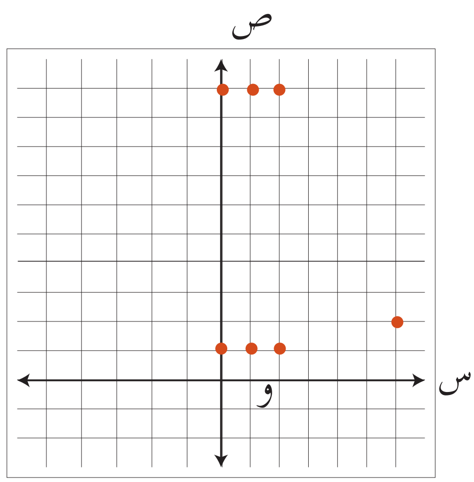
أ)



ب){ (٢ ، ٢) ، (-١ ، ٥) ، (٥ ، ٢) ، (٢ ، ٤) }

جـ) { (٢ ، ٢) ، (١ ، ٥) ، (٥ ، ٢) ، (-١ ، -١) }

د)



هـ) ق(س) = س + ٤، حيث ق :ص ⟵ ص

٢ إذا كان ق(س) = { (٢ ، ٣) ، (-١ ، ٠) ، (٥ ، ٦) ، (٣ ، ٤) }، أجدُ:

أ) مجال ومدى الاقتران ق.

ب) ق (-١) ، ق (٢)

جـ) س ، حيث ق(س) = ٣

٣ يُنتِجُ مصنعٌ غسّالاتٍ، ثمنُ الغسّالة الواحدة (٥٠٠) دينار، يدفع المصنع مصاريفَ عامة بمقدار (٦٨٠٠) ديناراً يوميّاً.

أ) أكتبُ قاعدة الاقتران التي تُمثِّل أرباح المصنع في اليوم الواحد، حيث س تمثّل عدد الغسّالات التي ينتجها المصنع في اليوم الواحد.

ب) وإذا أنتج المصنع في يوم واحد (٢٠٠) غسّالة. ما ربحه في ذلك اليوم؟

٤ إذا كان الزوجُ المرتّبُ (س،١١) يحقّق قاعدة الاقتران ق(س) = ٣ س - ١، فما قيمة س؟

(٥-٣): كثيراتُ الحُدود

نشاط (١):

فرضتْ سلطةُ النّقد الفلسطينيّة على البنوك استخدامَ الصرّاف الآليّ، يحتوي الصّرّاف الآليّ على صناديقَ من فئةِ العملات المُتداوَلَة: دينار، دولار، ....، فإذا كانت س = ٥، فإنّه يُمكِنُنا التعبيرُ عن الحركات الآتية من الصرّاف الآليّ: ٥، ١٠، ٥٠، ١٠٠ ، بالمقادير الجبريّة الآتية: س، ٢س ، ٢ $س^{٢}$، ٤ $س^{٢}$ على التّوالي.

تُمثِّلُ مجموع حركات الصرّاف الآليّ جبريّاً: س + ٢س + ----------------

تعريف: الاقترانُ كثيرُ الحدود هو اقترانٌ مُعرّفٌ على ح، يتكوّن من حدٍّ، أو مجموعِ حدودٍ جبريّة، تكون فيه أُسسُ المتغيّر أعداداً صحيحةً غيرَ سالبة. ونُعبّر عن كثيرِ الحدود كما يأتي:

$$ق(س) = أ_{ن}\,س^{ن} + أ_{ن-١}\,س^{ن-١} + أ_{ن-٢}\,س^{ن-٢} + \ldots\ldots + أ_{٢}\,س^{٢} + أ_{١}\,س^{١} + أ_{٠}$$

حيث: $أ_{٠}$ ، $أ_{١}$ ، $أ_{٢}$ ، $أ_{٣}$ ، ....$أ_{ن}$ أعدادٌ حقيقيّةٌ، وتُسمّى معامِلات كثير الحدود ق (س)، ن عددٌ صحيحٌ غيرُ سالب.

مثال (١):

أيٌّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ هو كثيرُ حدود، معَ ذكرِ السّبب:

أ) ق (س) = ٣ س^{٤} - ١٢ س + ٨

ب) ق(س) = س - س$^{\frac{١}{٤}}$

ج) ق(س) = π س^{٢} - س$^{\frac{-٣}{٥}}$ + ١

د) ق(س) = ٤ س + ٨

هـ) ق(س) = ٥س^{٣} - ٢ س^{٢} + ٩

و) ق (س) =٦

الحلّ: نلاحظُ أنّ الاقترانين في ب ، ج لَيْسا كثيراتِ حدود؛ بسبب وجود الكسور والأعداد السالبه في قُوى س. باقي الاقترانات هي كثيراتُ حدود ؛ لِتحقُّق الشّروط.

نلاحظُ أنّ: مثلاً في الفرع هـ معامل س^{٢}= ٢، بينما في فرع أ فإنّ معامل س^{٢} = صفر.

أتعلّمُ: تكونُ درجةُ كثيرِ الحدودِ مساويةً لأعلى قوة للمتغيّر.

نشاط(٢):

أُكملُ الجدولَ الآتي:

الاقتران	درجته
) ق (س) = س^{٤} - ٢ س + ٨	الرابعة
ق(س) = س - س^{٣}	
ق(س) = π س^{٢} - س + ١	
ق(س) = ٥ س - ٨	الأولى (اقترانٌ خطيّ).
ق(س) = ٥س^{٧}- ٢ س^{٢} + ٩	
ق (س) = ١٢٦	الصفريّة (اقترانٌ ثابت).

تعريف:

يتساوى كثيرا الحدود، إذا كان لهما الدرجةُ نفسُها، وكانت معامِلاتُ قُوى س المتناظِرة متساويةً.

نشاط (٣):

إذا كان ق(س) = ٢س^{٣} + ب س + ٧ ، هـ (س) = أس^{٣} - ٤س + ج،

وكان ق(س) = هـ (س) ، أُكملُ بإيجاد:

أ = ٢ ب = ________ ج = ________

تمارين ومسائل

١ أبيّنُ أيَّ الاقتراناتِ الآتيةِ تُمثّلُ كثيرَ حدود، ثمّ أكتبُ درجةَ كثيرِ الحدودِ فيها:

أ) ق(س) = ٥س$^{-٢}$ - ٢س + ٣

ب) ق(س) = س^{٢} - ٧ + ٣س^{٩} - ٢س

ج) ق(س) = ٥س + س$^{\frac{٢}{٣}}$

٢ أُحدّدُ معامِلاتِ المتغيّراتِ في كثيراتِ الحدود في الاقترانات الآتية:

أ) ق (س) = س^{٣} - ٢ س + ١

ب) ق(س) = س - ٢س^{٤}

ج) ق(س) = πس^{٢} - س + ٦

د) ق(س) = ٥ س - ٨

هـ) ق(س) = ٥س^{٧} - ٢ س^{٢} + ٩

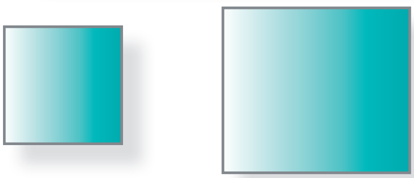
٣ أكتبُ مثال على كثير حدودٍ من الدرجة الثانية، ومثال آخر على كثير حدود من الدرجة الخامسة.

٤ إذا كان ق(س) = هـ (س) وكان ق(س) = أس + ٣ س^{٢}، هـ (س) = ٢س + (٥ ب - ١) س^{٢}

أجدُ قيمةَ كلٍّ من: أ ، ب

(٤-٥) العمليّاتُ على كثيراتِ الحدود

نشاط (١):



طُلِبَ من مهندسٍ رسمُ مخططٍ لِغُرَفِ ملابسِ اللاعبينَ، داخلَ قاعةِ المنتخَبِ الفِلَسطينيّ لكرة القَدَم. فرسَمَ المهندسُ مخططاً لغرفتَين أرضيتهما مربعتي الشكل، مِساحةُ أرض إحداهما ٤ أضعاف الأخرى؛ بسبب محدوديّة المكان.

- نُعبّرُ عن مِساحةِ أرض الغرفةِ الصغيرة بِـ $س^{٢}$، حيث س طول ضلع الغرفة الصغيرة.
- نُعبّرُ عن مِساحةِ أرض الغرفةِ الكبيرة بِـ $٤س^{٢}$
- مجموعُ مِساحة أرضي الغرفتَين = ــــ + ــــ
- الفرقُ بين مِساحتَيهما = ____________
- مجموع محيطَي الغرفتين =___________

أتعلّمُ: ليكن ق(س)، هـ (س) كثيري حدود، فإنّ: (ق $\mp$ هـ) (س) = ق(س) $\mp$ هـ (س)

مثال (١):

إذا كان ق(س) = $٢س^٣$ + ٨ س - ٦

هـ (س) = ٤ $س^٣$ - ٢ $س^٢$ - ١٠ س + ٥ ، أجد كل من :

أ (ق + هـ) (س)

الحل:

أ (ق + هـ) (س) = ق(س) + هـ (س)

= ($٢س^٣$ + ٨ س - ٦) + (٤ $س^٣$ - ٢ $س^٢$ - ١٠ س + ٥)

= (٢ + ٤) $س^٣$ - $٢س^٢$ + (٨ - ١٠) س + (-٦ + ٥)

= $٦س^٣$ - ٢ $س^٢$ - ٢س - ١

ب (هـ - ق) (س)

الحلّ: (هـ - ق) (س) = هـ (س) - ق (س)

يمكن ترتيب الاقترانين عمودياً:

= ٤ $س^٣$ - ٢ $س^٢$ - ١٠ س + ٥

- ($٢س^٣$ + ٨ س - ٦)

= (٤ - ٢) $س^٣$ - ٢ $س^٢$ + (-١٠ - ٨) س + (٥ + ٦)

= $٢س^٣$ -$٢س^٢$ - ١٨ س + ١١

نلاحظُ أنّ درجةَ الناتجِ تساوي درجةَ الاقترانَين ق ، هـ كلّ على حده.

أُفكّرُ وأُناقشُ: هل يمكنُ أنْ تكونَ درجةُ الناتجِ (من جمعٍ وطرحٍ) أقلَّ من درجة الاقترانَين؟ أُفسّرُ إجابتي.

نشاط (٢):

لِيَكنْ $ق(س) = ٦س^{٣} - ٢س^{٢} - ٣$ ، أجدُ كُلّاً من: $٢ق(س)$ ، $-٣ق(س)$

$٢ق(س) = ٢(٦س^{٣} - ٢س^{٢} - ٣)$

$= (٢ \times ٦)س^{٣} + (٢ \times -٢)س^{٢} + (٢ \times -٣)$

$= ١٢س^{٣} - ٤س^{٢} - ٦$ ، وهُوَ من الدرجة الثالثة.

أُكملُ بإيجاد: $-٣ق(س)$

أتعلّمُ: إذا كان $ق(س) = أ_{ن}س^{ن} + أ_{ن-١}س^{ن-١} + أ_{ن-٢}س^{ن-٢} + \ldots + أ_{٢}س^{٢} + أ_{١}س^{١} + أ_{٠}$ **فإنّ:**

$جـ(ق(س)) = جـأ_{ن}س^{ن} + جـأ_{ن-١}س^{ن-١} + جـأ_{ن-٢}س^{ن-٢} + \ldots + جـأ_{٢}س^{٢} + جـأ_{١}س^{١} + جـأ_{٠}$ ، حيث: جـ عددٌ حقيقيٌّ.

نشاط (٣):

إذا كان $ق(س) = ٣س^{٢} + ٢س$ ، $هـ(س) = س^{٣} - ٢س^{٢} + س - ٣$، أجدُ:

$٢ق(س) - ٣هـ(س)$.

$٢ق(س) - ٣هـ(س) = ٢(٣س^{٢} + ٢س) - ٣(س^{٣} - ٢س^{٢} + س - ٣)$

= ---------------------------------- = ----------------------------------

مثال (٢):

إذا كان ق (س) = ٢ س + ١ ، هـ (س) = س^{٢} -٢ ، أوجد:

ق(س) × هـ (س)، وألاحظُ درجةَ الناتج.

الحل: ق(س) × هـ (س)

= (٢ س + ١) × (س^{٢} -٢)

= ٢س (س^{٢} -٢) + ١ (س^{٢} -٢)

= ٢ س^{٣} – ٤ س + س^{٢} - ٢

أُلاحظُ درجةَ الناتج.

أتعلّمُ: لِيَكنْ ق (س)، هـ (س) كثيري حدود.
فإنّ: (ق × هـ) (س) = ق (س)× هـ (س) كثيرُ حدودٍ درجتُهُ تساوي ناتج جمعِ درجتَي الاقترانين ق، هـ.

نشاط (٤):

أكمل لأجدُ الاقتران:ك (س) = (هـ × ق) (س) ، حيث:

هـ (س) = س + ٣، ق (س) = س^{٣}، ثمّ أجدُ:

درجةَ ك (س)، ك (١) ، ك (٣)

ك (س) = (هـ × ق) (س) = هـ (س) × ق(س)

= (س + ٣) × (س^{٣}) = س^{٤} + ٣س^{٣}

درجة ك (س) هي ----------------------

ك (١) = (١)^{٤} + ٣ (١)^{٣} = ---------------------

أجد ك (١) بطريقة أخرى.

ك (٣) = --------------------- = ---------------------

تعريف:

يُسمّى الاقترانُ الناتجُ من حاصلِ قسمةِ كثيري حدودٍ على الصّورة: ل (س) = $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$

حيث: هـ (س) ≠ ٠ ، اقتراناً نسبيّاً.

نشاط (٥):

أكتبُ أمثلةً لاقتراناتٍ نسبيّة.

١) ق (س) = $\frac{س^٣ - ٢}{س^٢}$ ، س ≠ ٠

٢) هـ (س) = ـــــ

نشاط (٦):

إذا كان ق(س) = $س^٢$ - ٤ ، هـ(س) = س + ٢ ، أجدُ: $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ ، $\frac{هـ(س)}{ق(س)}$.

الحلّ: = $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ = $\frac{س^٢-٤}{س+٢}$ = -------------- =

أُكمِلُ بإيجاد: $\frac{هـ(س)}{ق(س)}$

تمارين ومسائل

١ إذا كان ق(س) = $س^٢$ + ٥ س +٦، هـ (س)=$٣س^٢$+ ٢س + ٤، ك (س) = س+٢، اقترانات كثيرة حدود، أجدُ ما يأتي:

أ) (ق + هـ) (س) ب) (ك – هـ) (س) جـ) (ق + ك) (-٢)

د) (ك – ق) (-١) هـ) ٢ق (س) + ٣ هـ (س) و) ك (س) – ٢ ق(س)

ز) (ك × هـ) (س) ل) (ق × ك) (س) ح) $\frac{\text{ق (س)}}{\text{ك (س)}}$

٢ أ) أجدُ محيطَ ومِساحةَ مربّعٍ طولُ ضلعِهِ ٥س + ٢ ، بدلالة س.

ب) أجدُ محيطَهُ ومِساحتَهُ عندما: س = ٣م

٣ دون إجراء العمليّات، أجدُ درجةَ الاقترانِ النّاتجِ من العمليّات على ق(س)، هـ(س):

أ) ق(س)× هـ (س)، حيث ق(س)= (٨س – $٢س^٦$+ ١٥)، هـ (س) = ($س^٨$ + ٥ $س^٩$)

ب) ق(س)+ هـ (س)، حيث ق(س)= ($٢س^٣$ + ٣س)، هـ (س) = (٧ $س^٥$ + ١٦س)

جـ) ق(س) - هـ (س)، حيث ق(س) = ($س^٣$ – ٤)، هـ (س) = ($س^٣$ + $٣س^٢$ -٧)

تمارين عامّة

١ أضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصّحيحة:

١) إذا كانت ع ={(٥، ١) ، (٢ ، -١) ، (٢ ، ١) ، (٠ ، ٢)}، أيٌّ من الآتية يمثل مدى العلاقة ع؟

أ) {-١ ، ٠ ، ١}   ب) { ٥ ، ٢ ، ٠ }

جـ) { ٢ ، ٠ }   د) { -١ ، ٢ ، ١ }

٢) إذا كان الاقتران ق: **ط** ⟵ **ط** ، حيث: ق (س) = ١ – ٤س، أيّ النّقاطِ الآتيةِ تُحقّقُ قاعدة الاقتران ق؟

أ) (٠ ، ١)   ب) (١ ، ٠)   جـ) (-١ ، -٦)   د) (-١ ، ٥)

٣) لتكن ق (س)، هـ (س) كثيرا حدودٍ من الدّرجتين الثّالثةِ والرابعةِ على الترتيب، فما درجةُ حاصلِ ضربِها؟

أ) ١٢   ب) ٤   جـ) ٧   د) ٣

٤) أيٌّ من الاقتراناتِ الآتيةِ اقترانٌ كثيرُ حدود؟

أ) $\text{ق(س)} = \text{س} + \frac{\text{س}}{٤} + \text{س}^{٥}$ ب) $\text{ق(س)} = \frac{٣}{\text{س}^{٥}} - ٦$

جـ) $\text{ق(س)} = \sqrt{٥\text{س}} + ١$ د) $\text{ق(س)} = ٢\text{س}^{-٢} + ٧$

٢ إذا كان $\text{ق (س)} = \text{س}^{٢} + ٢\,\text{س}$ ، هـ (س) = ٣ + ٥س، أجدُ:

أ) ق(س) + ٣ هـ (س)   ب) ٢ ق (س)هـ (س)

جـ) (ق + هـ) (٢)   د) (ق × هـ) (س)

٦

الوحدة السادسة

الاحتمالات

أبحثُ عنِ المجالاتِ الّتي تُعَدُّ الاحتمالاتُ فيها جانباً مهمّاً في حياتِنا اليَوميّةِ

يُتوقَّعُ منَ الدارسين بعد الانتهاءِ من دراسةِ هذهِ الوَحْدةِ والتّفاعُلِ معَ أنشطتِها أنْ يكونوا قادرينَ على توظيفِ بعض قوانينِ الاحتمالاتِ في الحياةِ اليَوميّةِ، من خلالِ تحقيقِ الآتي:

١ التّعرُّف إلى بعضِ قوانينِ الاحتمالات.

٢ التّعرُّف إلى احتمالِ متممّة الحادث.

٣ توظيف قوانينِ الاحتمالات في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

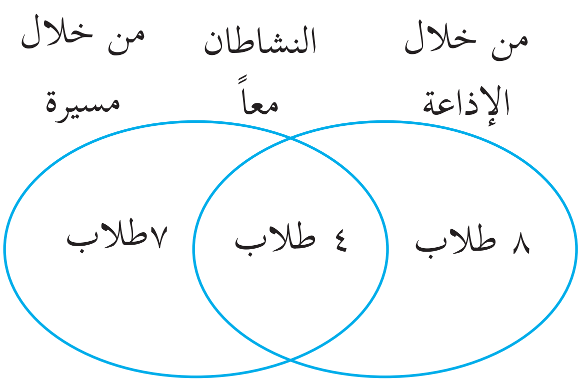
(٦-١) قوانين الاحتمالات

نشاط(١):

عام ١٩٤٨م تمّ التّهجيرُ القَسْريّ والجَماعيّ لأكثرَ من ٧٥٠ ألف فِلَسْطينيّ، حيثُ تمكّنتْ العصاباتُ الصّهيونيّة – بِدَعْمٍ من بريطانيا- مِنَ السّيطرةِ بِقوّةِ السّلاح على ٧٨٪ من مِساحةِ فِلَسطينَ، واحْتلّتِ القُدسُ، واسْتَولتْ على ٨٤٪ من مِساحةِ المدينةِ.

في مَدْرسةِ الشّهيدِ (أبو جهاد) صفٌّ فيه ١٩ طالباً، اقترحَ ٧ طُلّابٍ منهم الخروجَ في مسيرةِ إحياءٍ لِذكرى النّكْبةِ، في حين اقْتَرَحَ ٨ طلّاب إحياءَ الذّكْرى منْ خلالِ الإذاعةِ المَدْرسيّةِ، و٤طلّابٍ أيّدوا الاقْتراحين معاً؛ أيّ إحياءُ الذّكرى عَبرَ الإذاعةِ المَدْرسيّةِ ثمّ الخروجُ في مَسيرةٍ. سجّل الطلبة اقتراحاتهم على أوراق متماثلة، ثم وضعوها في صندوق.

يُمكنُ تمثيلُ ذلكَ بأشكالِ فن، كما في الشّكلِ المجاور:



سَحَبَ المعلّمُ إحدى هذهِ الأوراقِ بشكلٍ عشوائيّ.فإن احتمال أن يكون الاقتراح المكتوب على الورقة.

- إحياءَ الذّكرى منْ خلالِ الإذاعةِ المدرسيّةِ = $\frac{١٢}{١٩}$ لماذا؟
- إحياءَ الذّكرى مِنْ خلالِ الخروجِ في مسيرة = $\frac{\square}{\square}$

- إحياءَ الذّكرى مِنْ خلالِ الإذاعةِ المَدْرسيّةِ، والخروجَ في مسيرةٍ = $\frac{\square}{\square}$

- احتمالُ أنْ يكونَ المكتوبُ على الورقةِ إحياءَ الذّكرى منْ خلالِ الإذاعةِ المَدْرسيّةِ، أوِ الخُروجَ في مسيرةٍ ----------

- عددُ الطّلبةِ الذين لمْ يقترحوا إحياءَ الذّكرى سواءٌ منْ خلالِ الإذاعةِ، أوْ من خلالِ الخروجِ في مسيرة ----------

أَتذكّرُ: الفضاءُ العينيّ: Ω = مجموعة جميعِ النّتائجِ المُمكنةِ للتّجربةِ العشوائية.

احتمالُ الحادثِ = $\frac{\text{عدد عناصر الحادث}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$ ، ل(ح) = $\frac{\text{عدد عناصر (ح)}}{\text{عدد عناصر } (\Omega)}$

نشاط (٢):

يحتوي صندوقٌ على بطاقاتٍ مُرَقّمةٍ من ١ إلى ١٠، وكانَ $ح_١$ هو حادثَ ظهورِ عددٍ زوجيّ، $ح_٢$ حادث ظهورِ عددٍ أكبر من ٤ . سُحِبَتْ بطاقةٌ واحدةٌ منَ الصّندوقِ بشكلٍ عشوائيّ، أكملْ ما يأتي:

- الفضاءُ العينيُّ لهذهِ التّجربةِ، Ω ={ ١، ٢ ، .... } .

- حادثُ الحصولِ على عددٍ زوجيّ : $ح_١$ = { ٢، ٤ ، ٦ ، ٨، ١٠ }

- احتمالُ أنْ يكونَ العددُ المسحوبُ زوجيّاً هو: ل($ح_١$) = $\frac{\square}{١٠}$

- حادثُ الحصولِ على عددٍ أكبرَ منْ ٤: $ح_٢$ = { ٥، ٦، .... }

- احتمالُ أنْ يكونَ العددُ المسحوبُ أكبرَ منْ ٤ هو: ل($ح_٢$) = $\frac{\square}{١٠}$

حادثُ الحصولِ على عددٍ زوجيٍّ أكبرَ من ٤

$ح_{١} \cap ح_{٢} = \{٦ ، ٨ ، ١٠\}$

$ل(ح_{١} \cap ح_{٢}) =$

حادثُ الحصولِ على عددٍ زوجيٍّ، أو عددٍ أكبرَ منْ ٤

$ح_{١} \cup ح_{٢} = \{٢، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠\}$

$ل(ح_{١} \cup ح_{٢}) =$

$ل(ح_{١}) + ل(ح_{٢}) - ل(ح_{١} \cap ح_{٢}) = \frac{٥}{١٠} + \frac{\square}{١٠} - \frac{\square}{١٠} = \frac{\square}{\square}$

أَتعلّمُ: إذا كان $ح_{١}$، $ح_{٢}$ ، حادثين في فضاءٍ عينيّ Ω ، فإنّ:

$ل(ح_{١} \cup ح_{٢}) = ل(ح_{١}) + ل(ح_{٢}) - ل(ح_{١} \cap ح_{٢})$

نشاط(٣):

إذا كان $ح_{١}$، $ح_{٢}$ ، حادثين في: Ω، وكان $ل(ح_{١}) = ٠,٧$ ، و كان $ل(ح_{٢}) = ٠,٤$، وكان

$ل(ح_{١} \cap ح_{٢}) = ٠,٣$ ، أكملْ لإيجاد: $ل(ح_{١} \cup ح_{٢})$.

$ل(ح_{١} \cup ح_{٢}) = ل(ح_{١}) + ل(ح_{٢}) - ل(ح_{١} \cap ح_{٢})$.

$= ٠,٧ + ... - ...... = ...$

نشاط(٤):

إذا كانَ احْتمالُ أنْ ينجحَ أحمدُ في الرّياضيّاتِ ٩, ٠ ، واحْتمالُ أنْ ينجحَ في الفيزياءِ ٨٥, ٠ ، واحتمالُ أنْ ينجحَ في المادّتيْن معاً ٧٩, ٠، أجدُ احتمالَ أنْ ينجحَ أحمدُ في إحدى المادّتَين على الأقل.

$$ل(ح_١ \cup ح_٢) = ل(ح_١) + ل(ح_٢) - ل(ح_١ \cap ح_٢)$$

$$= ٩, ٠ + \text{.......} - \text{.........}$$

$$= \text{\_\_\_\_} - \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

تمارين ومسائل

١ إذا كانت Ω ={١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥، ١٧، ١٩}

وكان ح$_{١}$ ={ ١، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩}، ح$_{٢}$ = {٩، ١١، ١٣، ١٥، ١٧، ١٩}
أجد ل(ح$_{١}$ $\cup$ ح$_{٢}$) .

٢ إذا كانَ احْتمالُ أنْ يذهبَ جهادٌ معَ أُسْرَتِهِ في رِحلةٍ إلى القدس ٠,٧٥،
واحْتِمالُ أنْ يذهَبوا إلى أريحا ٠,٦. واحْتمالُ أنْ يذهَبوا إلى القُدْسِ وأريحا معاً ٠,٤٥،
أَجِدُ احْتمالَ أنْ يذهبَ جهادٌ وعائلَته في الرّحْلةِ إلى القُدْسِ أوْ إلى أَريحا.

٣ إذا كانَ ح$_{١}$، ح$_{٢}$ ، حادثين في Ω، وكان ل(ح$_{١}$) = ٠,٣٥ ، ل(ح$_{٢}$) = ٠,٧٥ ،
وكان ل(ح$_{١}$ $\cup$ ح$_{٢}$)= ٠,٨٥ ، أَجِدُ: ل(ح$_{١}$ $\cap$ ح$_{٢}$) .

٤ إذا كان ح$_{١}$، ح$_{٢}$ ، حادثين في Ω، وكان ل(ح$_{١}$) = ل(ح$_{٢}$)،
وكان ل(ح$_{١}$ $\cup$ ح$_{٢}$) = ٠,٧٠، ل(ح$_{١}$ $\cap$ ح$_{٢}$) = ٠,٢ ،

أَجِدُ كلّاً من:ل(ح$_{١}$)، ل(ح$_{٢}$).

٢ (٦-٢): احتمالُ مُتمّمَةِ الحادثِ

نشاط(١):

أَصْـدَرَ مجلـسُ النَّقْـدِ الفِلَسـطينيُّ عـام ١٩٣٥م نقـوداً مـن مصكـوكاتٍ مَعْدنيّةٍ برونزيّةٍ، ونكليّةٍ وفضيّةٍ، يظهرُ على الوجهِ الأوّلِ غُصْنُ الزّيتونِ وكلمـةُ فلسـطينَ، وعلى الوَجْهِ الثّاني العـددُ (١٠٠) مل.

في تَجربةِ إلقاءِ قطعةِ نقودٍ مرةً واحدةً وملاحظةِ الوجهِ الظّاهر.

احتمالُ أنْ يكونَ الوجهُ الظّاهرُ صورةَ غصنِ الزّيتونِ -----------

احتمالُ أنْ يكونَ الوجهُ الظّاهرُ ليس صورةَ غصنِ زيتونٍ -----------

إذا رُمِزَ لحادثِ ظهورِ صورةِ غُصنِ الزّيتونِ بالرمز $ح_١$، فأن حادث عدم ظهور صورة غصن الزيتون يُرْمز له بالرمز $\overline{ح}_١$.

أتعلّمُ: يُسمّى عدمُ حدوثِ الحادثِ ح بِمتمّمةِ الحادثِ، ويُرمَزُ لهُ بِـ $\overline{ح}$.

أُكملُ ما يأتي:

- الفضاءُ العينيّ: Ω ={كتابة، صورة} = {ك، ص}
- حادث ظهور صورة غصن الزيتون $ح_١$ = { ص }
- احتمال أن يكون الوجه الظاهر من قطعة النقود صورة غصن الزيتون: ل($ح_١$) = $\frac{\square}{٢}$
- احتمال أن لا يكون الوجه الظاهر من قطعة النقود صورة غصن الزيتون: ل($\overline{ح}_١$) = $\frac{\square}{٢}$

نشاط(٢):

إذا كانت Ω = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩ } ، وكان ح$_1$ حادث ظهور عدد فردي، ح$_2$ حادث ظهور عدد زوجي أكبر من ٦، احسب :

أ) ل (ح$_1$ $\cap$ ح$_2$)

ح$_1$ = { ١، ٣، ٥، ٧، ٩ }، ح$_2$ = { ٨ }، ح$_1$ $\cap$ ح$_2$ = { } = $\emptyset$

ل (ح$_1$ $\cap$ ح$_2$)= $\frac{\square}{٩}$ =

أَتذكّرُ: ل ($\emptyset$) = ٠

ب) احتمالُ متمّمةِ ح$_1$

ح$_1$ = { ١، ٣، ٥، ٧، ٩ }، ل(ح$_1$) = $\frac{٥}{٩}$

$\overline{ح}_1$ = { ٢، ٤، ٦، ٨ } ، إذن: ل($\overline{ح}_1$) = $\frac{\square}{٩}$

أُلاحظُ أنّ: ل(ح$_1$) + ل($\overline{ح}_1$) = $\frac{٥}{٩}$ + $\frac{٤}{٩}$ = $\frac{٩}{٩}$ = ١

أَتعلّمُ: إذا كانَ ح حادثاً في فضاءٍ عينيّ، فإنَّ ل($\overline{ح}$) هو احتمالُ متمّمةِ الحادث ح، حيث: ل(ح)+ ل($\overline{ح}$) = ١

نشاط(٣):

إذا كان ل(ح$_1$) = ٠,٣ ، ل($\overline{ح}_2$) = ٠,٤ ، ل(ح$_1$ $\cap$ ح$_2$) = ٠,٢ ، أُكملُ:

أ) ل(ح$_2$) = ١ - ل($\overline{ح}_2$) = ١- ..... = ...

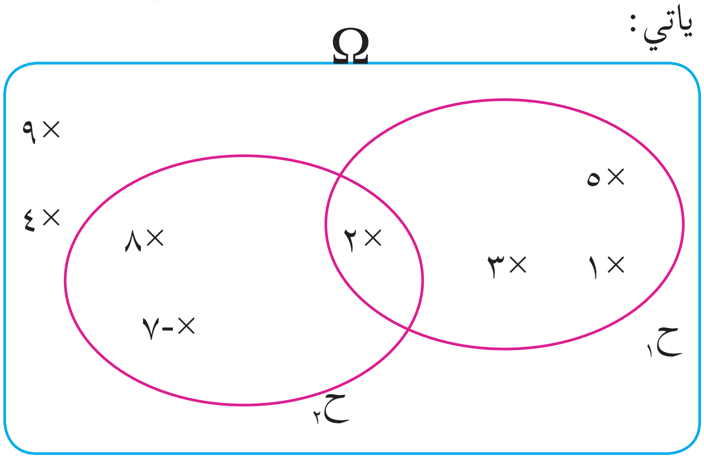
ب) ل($\overline{ح}_1$) = ١ - ل(ح$_1$) = ١- .. ... = ...

جـ) ل($\overline{ح_1 \cap ح_2}$) =١- ل (ح$_1$ $\cap$ ح$_2$)، ($\overline{ح_1 \cap ح_2}$)عدم حدوث الحادثين معاً ".

= ١ − ...... = ٠,٨

تمارينُ ومسائلُ

١ من الشّكلِ المُجاورِ أجدُ كلّاً ممّا يأتي:



أ ل($\overline{ح}_{١}$).

ب ل($\overline{ح}_{٢}$).

جـ ل($\overline{ح_{١} \cap ح_{٢}}$).

٢ إذا كانَ احتمالُ نجاحِ عمّارٍ في الرّياضيّات ٠,٨ ، واحتمالُ عدمِ نجاحِهِ في اللّغةِ العربيّة ٠,١٥ ، واحتمالُ نجاحِهِ في المبحثيْن معاً ٠,٧ ، أَجِدُ :

أ احتمالَ عدمِ نجاحِ عمّارٍ في الرّياضيّات.

ب احتمالَ نجاحِهِ في اللّغةِ العربيّةِ.

جـ احتمالَ عدمِ نجاحِهِ في المبحثَينِ معاً.

٣ إذا كانّ: ل($\overline{ح}_{١}$) = ٠,٧ ، ل(ح٢) = ٠,٥ ، ل(ح١ $\cap$ ح٢) = ٠,٢ ، أَجِدُ:

أ ل(ح١).

ب ل($\overline{ح}_{٢}$).

جـ ل($\overline{ح_{١} \cap ح_{٢}}$)

تمارينُ عامّة

١ أضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصّحيحةِ فيما يأتي:

١) عائلةٌ مكوّنةٌ منْ طفل واحد، فما احتمالُ أنْ يكونَ الطفل ذكرٌ؟

أ) ٠,٢٥ ب) ٠,٧٥ جـ) ٠,٥ د) ١

٢) لَدى إلقاءِ قطعةِ نقودٍ منتظمةٍ مرّتين، ما احْتمالُ ظهورِ الكتابةِ في رَمْيةٍ واحدةٍ فقط من هاتَيْنِ الرّمْيتيْن؟

أ) ١ ب) ٠,٥ جـ) ٠,٧٥ د) ٠,٢٥

٣) في تجربةِ رَمْيِ قِطعتَي نقد منتظمتَين، وملاحظة الوجهِ الظّاهر على كلٍّ من القطعتين، ما احتمالُ أنْ يكونَ الوجهانِ الظاهرانِ متشابهين؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٤}$ جـ) $\frac{١}{٨}$ د) $\frac{٣}{٤}$

٤) إذا كان ل(ح$_١$) = ل(ح$_٢$)، فأيّ العباراتِ الآتيةِ دائماً صحيحةٌ؟

أ) ح$_١$ = ح$_٢$ ب) ح$_١$ $\cap$ ح$_٢$ = $\emptyset$

جـ) ل($\overline{ح}_١$) = ل($\overline{ح}_٢$) د) ح$_١$ $\cup$ ح$_٢$ = Ω

٢ في تجربة إلقاء قطعة نقد منتظمة مرتين وملاحظة الوجه الظاهر في كلّ مرّة، إذا كانَ ح ظهورَ الكتابةِ مرّةً واحدةً على الأقلّ، ل(ح) = ٠,٧٥ ، أجدُ ل($\overline{ح}$) .

٣ في تَجْربةٍ سحبِ بطاقةٍ من بطاقاتٍ مُرقّمةٍ بالأعداد من ٢ إلى ١٠، وكان ح هو حادثَ ظهورِ عددٍ أوّليٍّ أقلّ من ١٠، فما قيمة ل $(\overline{ح})$؟

٤ في أحدِ الأنديةِ الرّياضيّةِ استطلَعَ المُدرّبُ آراءَ ٣٠ شخصاً حولَ الألعابِ الرّياضيّةِ التي يُفضّلونَها * ، فكانتْ وفقَ الجدولِ الآتي:

نوع اللّعبة	كرةُ القَدَمِ	السّباحةُ	ألعابُ القُوى
عددُ الأشخاصِ	١٢	٨	١٠

تمّ اختيارُ أحدِ الأشخاصِ عشوائيّاً، ما احْتمالُ أن يكونَ هذا الشخصُ:

- لا يُفضّلُ كرةَ القَدَمِ.

- لا يُفضّلُ ألعابَ القُوى.

٥ إذا كان ل$(ح_١)$ = ٠,٤ ، ل$(ح_٢)$ = ٠,٥ ، وكان $ح_١ \cap ح_٢ = \emptyset$ ، أجدُ :

- ل$(ح_١ \cup ح_٢)$.

- ل$(\overline{ح_١})$.

* يُسمحُ للشخصِ الواحدِ اختيارُ لعبةٍ واحدةٍ فقط.

لجنة المناهج الوزارية:

أ. د. مروان عورتاني
د. بصري صالح
م. فواز مجاهد
أ. ثروت زيد
أ. عبد الحكيم أبو جاموس
م. وسام نخلة
د. سمية النخالة

اللجنة الوطنية لوثيقة الرياضيات:

أ. ثروت زيد
د. محمد صالح (منسقاً)
د. معين جبر
د. علي عبد المحسن
د. تحسين المغربي
د. عادل فوارعة
أ. وهيب جبر
د. عبد الكريم ناجي
د. عطا أبوهاني
د.سعيد عساف
د. محمد مطر
د. علا الخليلي
د. شهناز الفار
د. علي نصار
د. أيمن الأشقر
أ.ارواح كرم
أ.حنان أبو سكران
أ.كوثر عطية
د. وجيه ضاهر
فتحي أبو عودة
د. سمية النخالة
أ.احمد سياعرة
أ.قيس شبانة
أ.مبارك مبارك
أ. نشأت قاسم
أ. نادية جبر
أ. نسرين دويكات
أ.عبد الكريم صالح
أ. أَحلام صلاح

المشاركون في ورشة العمل:

كمال شلبي
عبد العزيز الشلالدة
سناء أبو السباع
حسن دلال
عيسى الرجوب
نداء عريقات
سيف مبسلط
سامر عدوان
محمد زعزع
أحمد العمله
حنان شريم
حسن أبو زيد
تغريد صنوبر
حمدان عفانه
رمزي نباهين
خالد الفقيه
خالد العرامين

تَمَّ بِحَمْدِ الله